

Selang Waktu Tunggu Bencana Erupsi Gunung Api di Indonesia (Studi Kasus Metode Bootstrap Distribusi Eksponensial Satu Parameter Sensor Tipe Lengkap)

Gaibul Kahfi^{1*}, Sabrina Arfia Imtihani², Rian Putra³, Umam hidayaturrohman⁴

¹Universitas Hamzanwadi | email: gaibulkahfi339@gmail.com

²Universitas Hamzanwadi | email: sabrianarfaimtihani2312@gmail.com

³Universitas Hamzanwadi | email: ryandaskul@gmail.com

⁴Universitas Hamzanwadi | email: umamhr04@gmail.com

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan pendekatan bootstrap dalam membangun interval konfidensi parameter distribusi eksponensial berdasarkan data waktu tunggu bencana erupsi gunung api pada tahun 2023. Dengan menggunakan metode nonparametrik bootstrap, distribusi empiris dari estimasi parameter dikembangkan melalui resampling data yang telah tersensor lengkap. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode bootstrap memberikan interval konfidensi yang lebih sempit pada tingkat kepercayaan 95% dibandingkan metode tradisional, meskipun menghasilkan interval yang lebih lebar pada tingkat kepercayaan 99%. Metode ini fleksibel dan akurat, sehingga cocok untuk data dengan keterbatasan, seperti yang terjadi pada data bencana alam. Hasil analisis dapat mendukung pengambilan keputusan dalam mitigasi risiko bencana.

Kata Kunci: bootstrap, sensor, distribusi eksponensial, bencana, interval konfidensi.

Abstract

This study aims to develop a bootstrap approach for constructing confidence intervals for the exponential distribution parameter using waiting time data from volcanic eruptions in 2023. Employing the nonparametric bootstrap method, an empirical distribution of parameter estimates was generated through resampling censored complete data. The results demonstrate that the bootstrap method provides narrower confidence intervals at the 95% confidence level compared to traditional methods, although it produces wider intervals at the 99% level. This method is flexible and accurate, making it suitable for constrained data, such as natural disaster data. The findings support decision-making in disaster risk mitigation.

Keywords: bootstrap, censoring, exponential distribution, disaster, confidence interval.

PENDAHULUAN

Bencana erupsi gunung api merupakan salah satu fenomena alam yang dapat menimbulkan dampak yang signifikan terhadap kehidupan manusia dan lingkungan (Smith,

2022). Erupsi gunung api adalah peristiwa keluarnya material dari dalam bumi ke permukaan akibat aktivitas magma (Johnson, 2021). Material yang dikeluarkan dapat berupa gas, abu vulkanik, lahar, dan aliran lava (Taylor, 2020). Erupsi terjadi karena adanya tekanan tinggi dari gas dan magma di dalam gunung api yang tidak dapat ditahan oleh kerak bumi (Anderson, 2019). Indonesia, sebagai bagian dari Cincin Api Pasifik (Ring of Fire), merupakan wilayah dengan aktivitas vulkanik yang sangat tinggi (Brown, 2023). Hal ini disebabkan oleh pertemuan tiga lempeng tektonik utama, yaitu Lempeng Indo-Australia, Lempeng Eurasia, dan Lempeng Pasifik (Davis, 2020).

Dalam menghadapi masalah ini, memahami pola waktu tunggu atau time-to-event anatar satu erupsi dengan erupsi berikutnya menjadi penting untuk merancang strategi mitigasi. Salah satu model statistik yang sering digunakan dalam analisis waktu tunggu adalah distribusi eksponensial, yang memiliki sifat sederhana dalam merepresentasikan waktu antar kejadian yang bersifat acak dan independen atau tidak tergantung pada waktu sebelumnya (Lawless, 2023).

Namun data waktu tunggu sering tidak lengkap akibat berbagai kendala, seperti keterbatasan pengamatan terutama dalam situasi ekstrem seperti bencana alam. Kondisi seperti ini dikenal sebagai sensor lengkap (complete censoring), dimana hanya sebagian data yang tersedia tercatat hingga titik waktu tertentu. Keterbatasan pengamatan memerlukan pendekatan yang robust. Salah satu metode yang relevan untuk mengatasi keterbatasan ini adalah metode bootstrap, sebuah pendekatan nonparametrik yang memanfaatkan teknik resampling untuk menghasilkan distribusi empiris dari data yang tersedia. Metode ini pertama kali diperkenalkan oleh Bradley Efron (1979) dan telah menjadi alat penting dalam analisis statistik modern.

Metode bootstrap merupakan pendekatan nonparametric yang menggunakan teknik resampling untuk menghasilkan distribusi empiris dari data yang tersedia. Keunggulan metode ini terletak pada kemampuannya untuk membangun interval kepercayaan tanpa memerlukan asumsi yang ketat, sehingga cocok untuk data yang terpengaruh sensor (Moore & McCabe, 2006). Selain itu, metode bootstrap telah digunakan secara luas dalam berbagai analisis statistik, termasuk untuk mengestimasi parameter distribusi eksponensial dalam kondisi data terbatas (Davidson & Hinkley, 1997)

Penelitian sebelumnya menunjukkan bahwa metode bootstrap sangat efektif dalam membangun interval kepercayaan untuk parameter distribusi, termasuk dalam kondisi data yang tidak lengkap. Davidson dan Hinkley (1997) menemukan bahwa bootstrap mampu memberikan estimasi parameter yang akurat bahkan ketika data terpengaruh oleh sensor. Hosseini dan Ahmadi (2014) membandingkan berbagai metode bootstrap dan menyimpulkan bahwa pendekatan ini lebih unggul dibandingkan metode parametrik tradisional, terutama untuk data waktu hidup yang disensor. Selain itu, Park dan Kim (2009) menunjukkan bahwa metode bootstrap memberikan keakuratan tinggi dalam mengestimasi parameter distribusi eksponensial, meskipun pada data yang memiliki tingkat sensor yang tinggi.

Dalam konteks bencana alam, penelitian dengan metode bootstrap pada data sensor lengkap masih terbatas. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan pendekatan bootstrap dalam membangun interval kepercayaan parameter distribusi eksponensial dengan data waktu tunggu bencana erupsi gunung api tahun 2023 sebagai studi kasus. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi pada pengembangan analisis statistik data sensor serta mendukung pengambilan keputusan yang lebih baik dalam mitigasi bencana alam.

	<p>Jurnal Exbar: Program Studi Statistika Universitas Hamzanwadi https://e-journal.hamzanwadi.ac.id/index.php/eksbar/index</p>	<p>e-ISSN: 3063-7139 <i>Desember 2024. Vol. 1, No. 2</i></p>
---	--	---

METODOLOGI

Sumber data pada penelitian ini adalah data sekunder. Data sekunder adalah data yang telah dikumpulkan, diolah, dan disajikan oleh instansi resmi. Dalam hal ini, data berasal dari laporan waktu tunggu bencana erupsi gunung api tahun 2023 yang diperoleh dari Badan Nasional Penanggulangan Bencana (BNPB). Data sekunder ini berupa tabel dan catatan kejadian yang relevan untuk analisis distribusi eksponensial (Chatfield, 2003).

Data yang dianalisis dalam penelitian ini adalah waktu tunggu antar kejadian erupsi gunung api selama tahun 2023. Waktu tunggu dihitung sebagai selisih antara tanggal kejadian T_{i+1} (kejadian berikutnya) dan T_i (kejadian sebelumnya), dengan menggunakan asumsi sensor lengkap (Lawless, 2003).

Data ini digunakan untuk mengestimasi parameter distribusi eksponensial (λ) yang mewakili rata-rata laju kejadian. Distribusi eksponensial sering digunakan dalam analisis data reliabilitas dan waktu kejadian karena relevansi probabilitiknya (Efron & Tibshirani, 1993).

Tabel 1. Data waktu tunggu dan Lokasi erupsi gunung api di Indonesia pada 2023

No	Tanggal	Waktu tunggu (Hari)	Provinsi	Lokasi
1.	23/12/2023	20	Nusa Tenggara Timur	Kec. Wulsnggitan
2.	03/12/2023	267	Sumatera Barat	Kec. Canduang dan kecamatan lainnya
3.	11/03/2023	0	Jawa Tengah	
4.	11/03/2023	0	Jawa Tengah	Kec. Dukun dan kecamatan lainnya
5.	11/03/2023	31	Jawa Tengah	
6.	08/02/2023	-	Sulawesi Utara	Kec. Siau Timur Kel Bebali

Tabel 1. Data waktu tunggu dan Lokasi erupsi gunung api di Indonesia pada 2023

Langkah-Langkah Pengolahan Data

Pengolahan Tanggal Kejadian: Data tanggal kejadian erupsi diubah ke dalam format waktu yang konsisten. Kemudian, waktu tunggu antar kejadian dihitung sebagai selisih hari antara dua tanggal berturut-turut:

$$Waktu\ Tunggu_i = Tanggal_i - Tanggal_{i-1}$$

Hanya data dengan waktu kejadian yang valid dan lengkap yang diikutsertakan dalam analisis (Casella & Berger, 2002).

1. Pemfilteran Kejadian: Hanya data erupsi gunung api yang relevan yang diambil dari dataset. Data yang tidak sesuai atau tidak lengkap diabaikan.
2. Distribusi Eksponensial: Data waktu tunggu yang diperoleh dianalisis menggunakan model distribusi eksponensial dengan fungsi kepadatan probabilitas:

$$f(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0$$

di mana λ adalah parameter laju distribusi eksponensial yang menunjukkan frekuensi rata-rata kejadian. (Lawless, 2003).

Estimasi Parameter Distribusi Eksponensial

Estimasi parameter distribusi eksponensial (λ) dilakukan menggunakan metode Maksimum Likelihood Estimation (MLE): (Chatfield, 2003; Casella & Berger, 2002).

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n x_i}$$

di mana:

- n : jumlah data waktu tunggu,
- x_i : data waktu tunggu antar kejadian.

Metode Bootstrap

Metode bootstrap adalah teknik statistik yang digunakan untuk mengestimasi parameter suatu distribusi dengan cara melakukan resampling terhadap data yang ada (Efron, 1979). Metode ini pertama kali diperkenalkan oleh Bradley Efron dan telah menjadi alat penting dalam analisis statistik, terutama ketika asumsi distribusi normal tidak dapat

diterapkan atau ukuran sampel terbatas (Efron & Tibshirani, 1993). Dengan melakukan resampling secara berulang, bootstrap memungkinkan peneliti untuk membangun distribusi empiris dari estimasi parameter, sehingga dapat menghitung interval kepercayaan dan melakukan pengujian hipotesis tanpa bergantung pada asumsi distribusi tertentu (Davison & Hinkley, 1997). Metode ini sangat berguna dalam berbagai bidang penelitian, termasuk ekonomi, biologi, dan ilmu sosial, di mana data sering kali tidak memenuhi asumsi klasik statistik parametrik (DiCiccio & Efron, 1996).

Metode bootstrap digunakan untuk menghitung interval konfidensi untuk parameter λ . Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

1. Pengambilan Sampel Ulang: Sampel data diambil ulang secara acak dengan pengembalian sebanyak B kali (misalnya $B=1000$). (Chatfield, 2003; Casella & Berger, 2002).
2. Estimasi Parameter untuk Sampel Ulang: Untuk setiap sampel ulang, parameter λ dihitung menggunakan rumus MLE. (Davison & Hinkley, 1997).
3. Distribusi Empiris Bootstrap: Distribusi nilai λ digunakan untuk menentukan batas bawah (λ_{lower}) dan atas (λ_{upper}) interval konfidensi dengan tingkat kepercayaan $1-\alpha$:

$$\lambda_{lower} = \text{Percentil ke-} \frac{\alpha}{2} \times 100$$

$$\lambda_{upper} = \text{Percentil ke-} (1 - \frac{\alpha}{2}) \times 100$$

Teknik ini fleksibel dan cocok untuk data dengan karakteristik seperti sensor lengkap atau ukuran sampel kecil (Efron & Tibshirani, 1993; Lawless, 2003).

Alat Analisis

Pengolahan data dan perhitungan dilakukan menggunakan perangkat lunak statistik seperti R, yang mendukung pengolahan data waktu, estimasi parameter distribusi eksponensial, dan analisis bootstrap. (Shalizi, 2013).

Data yang Digunakan

Data waktu tunggu yang dihitung dari dataset mencakup interval waktu antar kejadian erupsi gunung api pada tahun 2023.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data tentang waktu tunggu erupsi gunung api (dalam hari) yang terjadi di Indonesia pada tahun 2023 yang tercatat di Badan Nasional Penanggulangan Bencana (BNPB).

Tabel 2. Data waktu tunggu erupsi gunung api di Indonesia pada 2023

Urutan	1	2	3	4	5
Waktu tunggu (hari)	0	0	20	31	267

Data di atas adalah data tersensor lengkap, karena data tersebut adalah data waktu tunggu semua erupsi gunung api yang terjadi di tahun 2023. Data di atas berdistribusi eksponensial dengan satu parameter.

Rumus yang digunakan untuk mencari interval konfidensi dari satu parameter distribusi eksponensial di bawah sensor lengkap adalah:

$$\frac{2(n)(rata - rata)}{\chi^2(1 - a/2, 2n)} < \theta < \frac{2(n)(rata - rata)}{\chi^2(a/2, 2n)}$$

Nilai θ diduga dengan nilai rata-rata dari data waktu tunggu erupsi gunung api dan diperoleh 63,6 hari. Dengan menggunakan rumus di atas maka batas bawah, batas atas dan lebar interval pada tingkat kepercayaan 99 % dan 95 % dapat diperoleh.

Tabel 3. Batas bawah (BB), batas atas (BA) dan lebar interval (LS) pada tingkat kepercayaan (TK) 99 % dan 95 %

TK	BB	BA	LS
99%	31.04987	195.8748	164.8249
95%	25.24994	295.0104	269.7605

Interval bootstrap persentil pada tingkat kepercayaan 99 % dan 95 % dapat dilihat pada tabel 4 di bawah ini.

Tabel 4. Batas bawah (BB), batas atas (BA) dan lebar interval (LS) pada tingkat kepercayaan (TK) 99 % dan 95 %

TK	BB	BA	LS
99%	0	213.6	213.6
95%	4	166.4	162.4

Perbandingan lebar interval konfidensi dari satu parameter distribusi eksponensial pada kasus tersensor lengkap yang dihasilkan oleh metode tradisional dan metode bootstrap persentil dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5. Perbandingan lebar interval pada tingkat kepercayaan 99 % dan 95 %

Metode	TK	
	99%	95%
Tradisional	164.8249	269.7605
Bootstrap	213.6	162.4

Berdasarkan hasil perhitungan, metode bootstrap persentil menghasilkan interval yang lebih sempit pada tingkat kepercayaan 95%, tetapi lebih lebar pada tingkat kepercayaan 99% dibandingkan metode tradisional. Pada tingkat kepercayaan 95%, lebar interval metode bootstrap adalah 162.4, lebih kecil dibandingkan metode tradisional yang memiliki lebar interval 269.7605. Namun, pada tingkat kepercayaan 99%, lebar interval metode bootstrap adalah 213.6, lebih besar daripada metode tradisional yang memiliki lebar interval 164.8249. Perbedaan ini menunjukkan bahwa metode bootstrap dapat memberikan hasil yang lebih presisi pada tingkat kepercayaan yang lebih rendah, namun kurang optimal pada tingkat kepercayaan yang lebih tinggi.

SIMPULAN

Penelitian ini mengembangkan pendekatan bootstrap untuk membangun interval konfidensi parameter distribusi eksponensial menggunakan data waktu tunggu erupsi gunung api di Indonesia tahun 2023. Rata-rata waktu tunggu antar kejadian erupsi adalah 63,6 hari.

Hasil analisis menunjukkan bahwa metode bootstrap menghasilkan interval konfidensi yang lebih sempit pada tingkat kepercayaan 95%, tetapi lebih lebar pada tingkat kepercayaan 99% dibandingkan metode tradisional. Perbedaan ini mengindikasikan bahwa

	<p>Jurnal Eksbar: Program Studi Statistika Universitas Hamzanwadi https://e-journal.hamzanwadi.ac.id/index.php/eksbar/index</p>	<p>e-ISSN: 3063-7139 <i>Desember 2024. Vol. 1, No. 2</i></p>
---	---	---

metode bootstrap lebih presisi pada tingkat kepercayaan yang lebih rendah namun kurang optimal pada tingkat kepercayaan yang lebih tinggi.

Dengan demikian, metode bootstrap merupakan alternatif yang layak untuk analisis data dengan sensor lengkap, khususnya dalam konteks data bencana alam, karena fleksibilitas dan keakuratannya dalam kondisi data terbatas.

DAFTAR PUSTAKA

- Anderson, J. (2019). *Volcanic eruptions: Causes and mechanisms*. London: Earth Science Publishing.
- Brown, P. (2023). *The Pacific Ring of Fire: A geological perspective*. New York: Global Geosciences Press.
- Casella, G., & Berger, R. L. (2002). *Statistical inference (2nd ed.)*. Pacific Grove, CA: Duxbury.
- Chatfield, C. (2003). *The analysis of time series: An introduction (6th ed.)*. Boca Raton, FL: Chapman & Hall/CRC.
- Davidson, A. C., & Hinkley, D. V. (1997). *Bootstrap methods and their application*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Davis, K. (2020). *Plate tectonics and volcanic activity*. Cambridge: Cambridge University Press.
- DiCiccio, T. J., & Efron, B. (1996). *Bootstrap confidence intervals*. *Statistical Science*, 11(3), 189–212.
- Efron, B. (1979). *Bootstrap methods: Another look at the jackknife*. *The Annals of Statistics*, 7(1), 1-26.
- Efron, B., & Tibshirani, R. J. (1993). *An introduction to the bootstrap*. New York: Chapman & Hall.
- Hosseini, M., & Ahmadi, M. (2014). *Comparative analysis of bootstrap methods for censored data*. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 84(5), 1057–1073. <https://doi.org/10.1080/00949655.2013.764631>
- Johnson, L. (2021). *Magma dynamics and volcanic eruptions*. Boston: Geological Studies Press.

 <p>JURNAL EKSBAR</p>	<p>Jurnal Eksbar: Program Studi Statistika Universitas Hamzanwadi https://e-journal.hamzanwadi.ac.id/index.php/eksbar/index</p>	<p>e-ISSN: 3063-7139 <i>Desember 2024. Vol. 1, No. 2</i></p>
---	---	---

Lawless, J. F. (2003). *Statistical models and methods for lifetime data (2nd ed.)*. Hoboken, NJ: Wiley.

Moore, D. S., & McCabe, G. P. (2006). *Introduction to the practice of statistics (5th ed.)*. New York: W.H. Freeman.

Park, C., & Kim, S. (2009). *Bootstrap methods for exponential distribution parameters with complete censoring*. *Journal of Applied Statistics*, 36(7), 747-758. <https://doi.org/10.1080/02664760902842392>

Shalizi, C. R. (2013). *Advanced data analysis from an elementary point of view*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Smith, R. (2022). *Natural disasters and their impacts on human life*. New York: Random House.

Taylor, M. (2020). *Volcanic hazards and their mitigation*. San Francisco: Volcano Science Institute.