

Identifikasi Gaya Berpikir Matematis Mahasiswa melalui Penyelesaian Permasalahan *Higher-Order Thinking*

Siti Khoiruli Ummah¹, Tri Rahayu Handayani²

^{1,2} Universitas Muhammadiyah Malang
khoiruliummah@umm.ac.id

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi dan menganalisis gaya berpikir matematis mahasiswa program studi pendidikan matematika dalam menyelesaikan soal tipe *higher-order thinking*. Soal tipe tingkat tinggi dikembangkan sesuai mata kuliah analisis vektor. Gaya berpikir matematis dibagi menjadi tiga yaitu gaya berpikir visual, analitik, dan integrasi. Penelitian ini berjenis deskriptif dengan data kualitatif yang diperoleh dari pemberian soal. Data kualitatif berupa deskripsi kesesuaian jawaban mahasiswa dengan indikator setiap jenis gaya berpikir matematis. Mahasiswa yang dijadikan subjek penelitian yaitu mahasiswa yang menempuh mata kuliah analisis vektor semester IV. Analisis data diperkuat dengan hasil wawancara. Hasil penelitian menunjukkan mahasiswa banyak yang mempunyai gaya berpikir matematis secara integrasi. Mahasiswa dengan gaya berpikir matematis secara visual menjawab soal dengan cara menggambar sketsa vektor sejajar, tegak lurus, dan bersinggungan tanpa menuliskan notasi vektor. Mahasiswa dengan gaya berpikir analitik membedakan hubungan vektor dengan cara menuliskan deskripsi verbal sesuai definisi yang telah dipelajari ketika SMA. Mahasiswa dengan gaya berpikir matematis secara integrasi menggambarkan vektor.

Kata kunci: gaya berpikir analitik, gaya berpikir integrasi, gaya berpikir matematis, gaya berpikir visual, *higher-order thinking*

Abstract

This research aimed to identify students' mathematical thinking style in mathematics education to resolve the higher-order thinking problem. The type of study was descriptive using qualitative data based on the vector analysis test. The vector analysis was identified by mathematical thinking style that divided into visual, analytic, and integration. This thinking style formed the qualitative data in the form of a description of the suitability of the student answer using indicators of any mathematical thinking styles. The subject whom students in the course of Vector Analysis Fourth Semester was interviewed after got mathematical thinking style data. The results showed that a lot of students has mathematical integration, that is, both visually and analytic. Students who have mathematical thinking style visually answered the question using a sketch of parallel vectors, perpendicular vectors, vector tangent, but they do not put the vector notation. Students who have analytical thinking styles differentiated vectors relationship using the verbal description of the appropriate definition that has been studied when they were in high school level. Students who have integrated mathematical thinking styles draw vectors using vector notation and explain verbally.

Keywords: analytic mathematics thinking style, higher-order thinking, integrated mathematics thinking style, mathematics thinking style, visual mathematics thinking style

Pendahuluan

Istilah gaya, atau yang sering dikenal dengan *style* dalam konteks pembelajaran berwujud suatu pola atau cara tertentu yang dilakukan seseorang untuk mempelajari sesuatu. Kekhususan pola tingkah laku atau strategi menjadikan gaya yang dimiliki seseorang berbeda dengan lainnya (Felder, 2011). Penelitian tentang gaya dalam konteks pembelajaran matematika bermacam-macam, diantaranya gaya belajar, gaya kognitif (*cognitive style*) (Ali, dkk., 2014), gaya mengajar (*teaching style*) (Ibrahim & Ahmad, 2016), dan gaya berpikir (*thinking style*) (Rentzos & Simpson, 2010). Gaya berpikir matematis merupakan suatu cara seseorang untuk memahami serta mempelajari matematika (Ferri, 2012). Gaya berpikir matematis memungkinkan siswa untuk mempunyai karakter berpikir tentang matematika (Rentzos & Simpson, 2010). Berpikir matematis membuat siswa tidak hanya berpikir tentang bilangan dan konsep matematika yang abstrak, melainkan aplikasi matematika dalam kehidupan sehari-hari (Onal, dkk., 2017). Gaya berpikir matematis sangat penting untuk diidentifikasi pada setiap siswa. Hal ini dikarenakan gaya berpikir matematis akan mempengaruhi hasil belajar siswa dan model pembelajaran yang cocok digunakan oleh guru selama pembelajaran matematika (Vale & Barbosa, 2017). Gaya berpikir matematis tentunya juga akan mempengaruhi jenis soal atau permasalahan matematika yang harus diselesaikan oleh siswa. Apabila guru menerapkan model pembelajaran matematika atau menyajikan permasalahan matematika dengan gaya belajar guru, maka hanya siswa yang mempunyai gaya belajar yang sama dapat memahami matematika, dan sebaliknya (Sharma, 2011).

Gaya berpikir matematis bukan merupakan sesuatu yang telah ada sejak manusia lahir, melainkan dibentuk dari lingkungan, kebiasaan, dan pembelajaran dari orang-orang terdekat (Sharma, 2011). Hal ini tentu akan mengakibatkan setiap manusia mempunyai gaya berpikir matematis yang berbeda-beda. Gaya berpikir matematis juga bukan merupakan sesuatu yang pasti dan konsisten. Gaya berpikir matematis dapat berubah sesuai dengan aktivitas dan permasalahan matematika yang dihadapi. Identifikasi gaya berpikir matematis merupakan hal yang penting untuk dilakukan. Hal ini mengingat bahwa gaya berpikir matematis juga dapat mempengaruhi prestasi belajar siswa, dalam hal ini hasil belajar berupa skor tes (Fatemi, 2016).

Tinjauan gaya berpikir mempunyai beberapa teori dalam klasifikasinya. Peneliti yang mengklasifikasikan gaya berpikir matematis berdasarkan organisasi kognitif membagi gaya berpikir matematis menjadi 13 gaya. Teori Mental Self-Government (MSG) (Rentzos & Simpson, 2010) oleh Sternberg pada Tahun 1999, mengklasifikasikan gaya berpikir dengan cara membagi terlebih dahulu menjadi lima dimensi, diantaranya fungsi, bentuk, tingkatan, pembelajaran, dan ruang lingkup. Dimensi fungsi, terbagi menjadi gaya legislatif (berdasar

keaktivitas), gaya eksekutif (berdasar implementasi aturan dan petunjuk), dan gaya yudisial (berdasar pada pembuatan keputusan) (Rentzos & Simpson, 2010). Dimensi bentuk terbagi menjadi empat gaya diantaranya gaya monarki (fokus hanya pada satu tujuan), gaya hierarki (fokus pada beberapa tujuan yang diutamakan), gaya oligarki (fokus pada beberapa target penting yang mempunyai kemiripan), dan gaya anarki (fleksibel) (Aljojo, 2017). Dimensi tingkatan terbagi menjadi dua gaya yaitu gaya global (lebih bersifat abstrak dan menggunakan pola penyelesaian masalah secara umum) dan gaya lokal (bersifat kongkrit dan lebih detil dalam menyelesaikan masalah) (Turki, 2012). Dimensi pembelajaran terbagi menjadi dua gaya yaitu liberal (memuat unsur kebaruan dan keaslian) dan konservatif (keseragaman penyelesaian masalah yang telah dilakukan sebelumnya) (Emamipour & Esfandabad, 2013; Liu, 2016). Dimensi ruang lingkup terbagi menjadi dua gaya yaitu internal (menyelesaikan permasalahan secara mandiri) dan eksternal (menyelesaikan masalah secara berkelompok). Gaya berpikir matematis berdasar lima dimensi tersebut dapat diobservasi melalui kegiatan penyelesaian masalah matematis siswa di kelas. Gaya berpikir matematis yang diklasifikasikan oleh Sternberg berdasar pemerolehan informasi dan penyelesaian masalah, selanjutnya diklasifikasikan lebih ringkas menjadi tiga jenis. Banyak studi yang mengklasifikasikan gaya berpikir matematis Sternberg berdasar kesamaan yang dimilikinya.

Klasifikasi gaya berpikir matematis menjadi tiga gaya, yaitu filsuf, analis, dan geometer pertama kali dikonstruksi oleh Klein pada tahun 1892 (Ferri & Blum, 2011). Klasifikasi tersebut dikonstruksi dari pengamatan pembelajaran matematika kemudian didiskusikan oleh ahli pembelajaran matematika lainnya. Filsuf adalah seseorang yang menyelesaikan permasalahan matematika didasarkan pada konsep matematika dasar. Analis adalah seseorang yang menyelesaikan permasalahan matematika dengan cara mengoperasikan rumus yang telah dipelajari. Geometer adalah seseorang yang memulai penyelesaian masalah dengan cara membuat sketsa terlebih dahulu. Berbeda dengan Klein, Burton mengklasifikasikan gaya berpikir menjadi tiga yaitu visual, analitik, dan konseptual (Ferri, 2012; Rentzos & Simpson, 2010).

Salah satu klasifikasi yang dikembangkan dari Sternberg yaitu klasifikasi gaya berpikir matematis yang ditinjau dari perspektif representasi. Klasifikasi gaya berpikir matematis tersebut diantaranya visual, analitik, dan integrasi (Ferri, 2012; Rentzos & Simpson, 2010). Gaya berpikir matematis visual yang selanjutnya akan disebut dengan “Gaya A” yaitu bagaimana siswa merepresentasikan suatu konsep atau konten matematika melalui gambar atau gambar dinamis. Gaya berpikir matematis visual juga dapat disebut sebagai gaya berpikir matematis geometri (Vale & Barbosa, 2017). Gaya berpikir matematis analitik yang selanjutnya

akan disebut dengan “Gaya B” yaitu bagaimana siswa merepresentasikan konsep atau konten matematika dengan melakukan simbolisasi atau formalisasi matematis. Gaya berpikir matematis konseptual yang selanjutnya akan disebut dengan “Gaya C” yaitu bagaimana siswa merepresentasikan konsep atau konten matematika dengan cara klasifikasi atau memikirkan ide khusus dalam penyelesaian masalah. Gaya berpikir matematis visual juga dapat disebut sebagai gaya berpikir matematis geometri (Vale & Barbosa, 2017).

Gaya berpikir matematis secara visual mempunyai karakteristik yaitu siswa berada di tahapan visualisasi atau penggambaran (Haryati, 2016; Tanujaya, dkk., 2017). Penggambaran dilakukan dengan menggunakan sketsa sebagai bantuan dari penyelesaian permasalahan. Permasalahan yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari akan dikaitkan dengan permasalahan matematika yang diberikan di sekolah. Dengan melakukan penggambaran sketsa, siswa akan merasa yakin dalam menemukan atau menyelesaikan permasalahan secara sistematis (Stier, 2009). Penggambaran awal atau sketsa awal dibuat dengan cara berbeda berdasar imajinasi masing-masing siswa (Risnanosanti, 2017). Hal ini didasarkan pada pemahaman fakta atau apa yang diketahui dari permasalahan dan koneksi matematis siswa. Penggambaran sketsa di awal penyelesaian masalah berdasar imajinasi internal didasarkan pada pengalaman siswa dalam kehidupan sehari-hari.

Gaya berpikir matematika secara analitik memungkinkan siswa menyelesaikan permasalahan secara simbolik dan diselesaikan secara formal (Rentzos & Simpson, 2010). Siswa yang mempunyai gaya berpikir matematis ini menunjukkan imajinasi internal dan eksternal menggunakan representasi formal dalam bentuk simbol matematika (Ferri, 2012). Siswa juga dapat memahami dan menggunakan fakta matematis secara tepat. Selain itu, siswa yang mempunyai gaya berpikir matematis secara analitik menyelesaikan permasalahan dengan prosedur penyelesaian yang sistematis dan hierarki. Gaya berpikir matematis analitik mempunyai ciri khusus dalam penyelesaian masalah yaitu menggunakan metode nonvisual, diantaranya prosedur secara aljabar, numeric, dan representasi verbal (Vale & Barbosa, 2017). Seringkali siswa menyelesaikan permasalahan secara verbal baik secara lisan maupun tulisan. Penjelasan verbal dilakukan untuk meyakinkan evaluator dalam setiap tahapan penyelesaian masalah yang dilakukan oleh siswa dengan mencantumkan alasan matematis di setiap tahapan.

Gaya berpikir matematis secara integrasi merupakan penggabungan dari kedua gaya berpikir matematis secara visual dan analitik (Ferri, 2012). Siswa mempunyai pola pikir dalam bentuk visual kemudian dianalisis dalam menyelesaikan suatu permasalahan (Haryati, 2016). Gaya berpikir matematis secara integrasi seringkali disebut dengan gaya berpikir harmonik (Vale & Barbosa, 2017).

Gaya berpikir erat kaitannya dengan lingkup sosial, dan mungkin berbeda berdasarkan kebudayaan, waktu, dan situasi. Dampak lingkup sosial tidak hanya terjadi pada orang dewasa, namun remaja hingga anak-anak dapat merasakan hal yang sama. Seorang anak yang mengikuti organisasi intra sekolah seperti OSIS akan terbiasa berpikir kritis dan sangat memperhatikan hierarki serta aturan baku yang ada di dalamnya, sedangkan anak yang tidak mengikuti organisasi atau ekstra, akan terbiasa berpikir bebas dan melihat sesuatu dari berbagai sisi. Pola pikir mereka akan berdampak pada bagaimana cara mereka memilih jalan untuk menyelesaikan berbagai permasalahan yang ada di sekolah maupun di luar sekolah.

Hasil observasi pada mahasiswa program studi pendidikan matematika kelas 4A tahun 2017 yaitu mahasiswa mempunyai jawaban yang berbeda-beda ketika diadakan tanya jawab tentang vektor. Ketika mahasiswa ditanya tentang definisi vektor, beragam jawaban dituliskan di papan tulis. Terdapat mahasiswa yang menggambarkan anak panah kemudian menunjuk gambar tersebut sambil mengatakan “ini vektor”. Ada pula mahasiswa yang menggambar dua anak panah diantara sumbu-x dan sumbu-y kemudian diberikan simbol \vec{p} dan \vec{q} . Mahasiswa juga ada yang menjawab “vektor merupakan anak panah yang mempunyai titik pangkal tetapi tidak mempunyai titik ujung”. Berbagai pendapat mahasiswa tentang definisi vektor dijadikan sebagai alasan mengidentifikasi gaya berpikir matematis mahasiswa semester IV pada mata kuliah Analisis Vektor. Mata kuliah Analisis Vektor menuntut mahasiswa untuk berpikir secara aljabar dengan pendekatan grafik atau gambar vektor. Pada mata kuliah ini, mahasiswa lebih banyak diminta untuk mendeskripsikan, mengkategorikan definisi dan teorema, membuktikan teorema, dan mengaplikasikan definisi serta teorema dalam penyelesaian masalah. Tingkatan mahasiswa pada semester IV juga menuntut mahasiswa untuk mengabstraksi suatu konsep, dalam hal ini vektor. Permasalahan yang diberikan seharusnya sesuai dengan tuntutan tersebut, misalnya menggunakan permasalahan tingkat tinggi.

Berpikir tingkat tinggi atau yang lebih dikenal sebagai *Higher-Order Thinking skills* (HOTS) merupakan suatu kemampuan di bidang matematika dimana siswa mampu untuk menganalisis, mensintesis, membandingkan, menginterpretasikan, mengases, dan bernalar secara induktif dan deduktif untuk menyelesaikan masalah yang belum dikenal siswa (Budsankom, dkk., 2015). Masalah yang dapat dikategorikan sebagai pendukung HOTS merupakan permasalahan nonrutin yang dapat mengembangkan prosedur penyelesaian masalahnya (Tajudin & Chinnappan, 2017). Karakteristik dari HOTS antara lain kompleks, dapat mengakomodasi berbagai solusi, dan tidak seperti contoh soal yang diberikan guru. Apabila disesuaikan dengan Taksonomi Bloom, soal bertipe HOT mempunyai karakteristik

khusus yaitu mengakomodasi kata kerja operasional kategori analisis, evaluasi, dan mencipta (Kusuma, dkk., 2017).

Permasalahan yang bertipe tingkat tinggi diselesaikan dengan menggunakan beberapa alasan khusus dalam setiap tahapan penyelesaiannya. Hal ini menjadikan pemberian permasalahan dengan tipe tingkat tinggi berperan sangat penting dalam pembelajaran matematika untuk mahasiswa. Pemberian soal tipe tingkat tinggi dapat meningkatkan prestasi belajar mahasiswa dan berpikir matematis siswa (Tanujaya et al., 2017). Pentingnya pemberian permasalahan tingkat tinggi kepada mahasiswa dan identifikasi gaya berpikir matematis siswa merupakan latar belakang utama untuk melakukan analisis gaya berpikir matematis siswa yang ditinjau dari permasalahan tingkat tinggi.

Metode

Identifikasi gaya berpikir matematis yang dilakukan merujuk pada penelitian deskriptif dengan data yang diperoleh berjenis kualitatif dan kuantitatif. Data kuantitatif yang dihasilkan yaitu jumlah mahasiswa di setiap gaya berpikir matematis diperoleh dari kegiatan identifikasi jawaban tes mahasiswa materi vektor. Data kualitatif mahasiswa dalam penelitian ini berupa deskripsi fakta dan kesesuaian dengan tipe gaya berpikir matematis siswa diperoleh dari jawaban tes siswa dan literatur yang digunakan. Untuk menganalisis gaya berpikir matematis, diawali dari kegiatan analisis permasalahan dari perkuliahan yang berlangsung tiga pertemuan sebelum penelitian. Permasalahan tersebut kemudian dikaji berdasar kegiatan studi pustaka. Pemilihan subyek penelitian dilakukan pada kelas perkuliahan Analisis Vektor yang mempunyai karakter mahasiswa yang mempunyai komunikasi lancar didasarkan pada tanya-jawab pada pertemuan sebelumnya.

Untuk mengidentifikasi gaya berpikir matematis, dilakukan tes. Soal diujikan kepada 40 mahasiswa dalam waktu 50 menit. Soal yang dibuat bertipe tingkat tinggi dengan memperhatikan kata kerja operasional pada Taksonomi Bloom kategori analisis (C5) dan evaluasi (C6). Setelah tes dilakukan dan hasil jawaban dikumpulkan, jawaban mahasiswa direduksi menjadi tiga kategori yaitu (1) jawaban benar, lengkap, dan terbaca, (2) jawaban kurang benar, lengkap, dan terbaca, dan (3) jawaban benar dan kurang lengkap. Selanjutnya, jawaban setiap kategori direduksi berdasar tipe gaya berpikir matematis dengan cara seperti tertera pada tabel 1.

Tabel 1. Reduksi Data

Tipe Jawaban Siswa	Karakteristik Gaya Berpikir		
	Visual	Analitik	Integrasi
Jawaban benar, lengkap, dan terbaca	Jawaban benar berupa	Jawaban tidak memuat gambar.	Jawaban berupa gambar/sketsa
Jawaban benar, kurang lengkap, terbaca	gambar/sketsa saja tanpa ada	Ada simbol matematika,	kemudian dijelaskan secara
Jawaban kurang benar, lengkap, terbaca	penjelasan verbal.	penjelasan verbal dan prosedur	verbal tentang penggunaan notasi
Jawaban kurang benar, kurang lengkap, terbaca		jawaban sistematis	maupun deskripsi hasil jawaban

Data yang telah direduksi kemudian ditelusuri melalui kegiatan wawancara. Wawancara dilakukan kepada perwakilan mahasiswa di setiap gaya berpikir matematis. Pada akhirnya, kesimpulan yang diperoleh berupa temuan konsep gaya berpikir matematis mahasiswa program studi pendidikan matematika semester IV dalam menyelesaikan soal bertipe HOTS.

Hasil Penelitian

Penelitian diawali dari identifikasi masalah dan studi literatur. Literatur telah dikaji berdasarkan variabel yang diteliti yaitu gaya berpikir matematis dan soal bertipe tingkat tinggi. Soal dikembangkan pada materi vektor dasar dan memungkinkan dapat diselesaikan oleh mahasiswa dengan gaya berpikir matematis yang berbeda-beda. Adapun kisi-kisi soal tes yang diberikan ke mahasiswa dan disesuaikan dengan kata kerja operasional Taksonomi Bloom (Ramlan, 2015) seperti pada tabel 2.

Tabel 2. Kisi-Kisi Soal

Nomor Soal	Indikator	Level Taksonomi Bloom	Bentuk Soal	Level Kesulitan
1	Menyelidiki vektor yang saling tegak lurus	C5	If $\vec{m} \cdot \vec{n} = 0$ and if \vec{m} and \vec{n} are not zero, show that \vec{m} is <u>perpendicular</u> to \vec{n} .	Sedang
2	Menghitung aturan perkalian dot pada dua vektor Menyelidiki kesesuaian aturan perkalian dot	C5	Let $\vec{b} = [3, -5]$, $\vec{c} = [-6, 1]$, and $\vec{d} = [4, 7]$. Evaluate the following statement (if possible). If it is not possible, explain it $\vec{c} \cdot \vec{c} + \vec{d} \cdot \vec{d}$	Mudah

3	Membedakan vektor yang tegak lurus, segaris, dan sejajar	C4	Analyze when vectors are perpendicular, collinear, and parallel.	Sedang
---	--	----	--	--------

Soal tes dikerjakan selama 50 menit secara individu. Tes diberikan kepada 50 mahasiswa. Adapun selama pelaksanaan tes, tidak ada mahasiswa yang bertanya kejelasan soal. Hal ini dapat disimpulkan bahwa soal tes tidak menimbulkan penafsiran ganda atau tidak membuat ambigu.

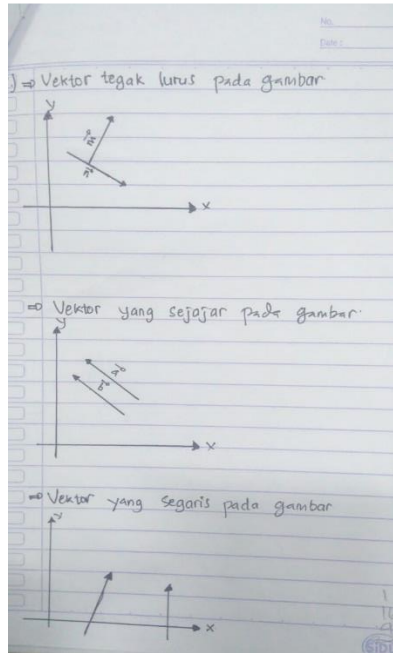
Setelah tes diberikan, hasil yang diperoleh berdasar jawaban mahasiswa dikategorikan berdasar keterbacaan, kelengkapan, dan kebenaran jawaban. Hasil pengkategorian jawaban mahasiswa dapat dilihat pada tabel 3.

Tabel 3. Hasil Reduksi Data

Tipe Jawaban Siswa	Karakteristik Gaya Berpikir			Jumlah Mahasiswa
	Visual	Analitik	Integrasi	
Jawaban benar, lengkap, dan terbaca	Jawaban benar berupa gambar/sketsa	Jawaban tidak memuat gambar. Ada simbol matematika, penjelasan verbal dan prosedur jawaban sistematis	Jawaban berupa gambar/sketsa kemudian dijelaskan secara verbal tentang penggunaan notasi maupun deskripsi hasil jawaban	7
Jawaban benar, kurang lengkap, terbaca	saja tanpa ada penjelasan verbal.			23
Jawaban kurang benar, lengkap, terbaca				18
Jawaban kurang benar, kurang lengkap, terbaca				2
Jumlah Mahasiswa	6	24	20	50

Pada setiap kategori gaya berpikir matematis, dalam hal ini visual, analitik, dan integrasi, diambil satu jawaban yang paling lengkap diantara jawaban lainnya pada setiap kategori gaya berpikir matematis. Selain itu, pertimbangan pengambilan jawaban siswa didasarkan pada kemampuan berbicara dan mengemukakan alasan yang lancar sebagai subyek wawancara. Subyek yang akan dianalisis baik jawaban dan hasil wawancara antara lain RY, EY, dan IB.

Seperti yang terlihat pada tabel 3, banyaknya mahasiswa yang mempunyai gaya berpikir matematis secara visual adalah 6 mahasiswa. Diantara 6 siswa tersebut, dipilih EY sebagai subyek yang dianalisis jawaban dan hasil wawancaranya. Adapun lembar jawaban EY dapat dibaca pada gambar 1.



Gambar 1. Hasil Jawaban Mahasiswa dengan Gaya Berpikir secara Visual

Berdasar Gambar 1, diperoleh hasil bahwa mahasiswa EY menjelaskan konsep vektor yang saling tegak lurus, segaris, dan sejajar menggunakan sketsa. Sketsa yang dibuat EY telah dilengkapi dengan simbol. Pada sketsa vektor tegak lurus, EY telah menuliskan notasi vektor yaitu \vec{m} dan \vec{n} . Selain itu, penamaan kedua sumbu Koordinat Cartesius telah ditulis dengan tepat. Bentuk atau posisi vektor yang saling tegak lurus juga digambarkan dengan cara yang tidak sama dengan yang telah dipelajari di buku. Terdapat kekurangan dari sketsa vektor tersebut yaitu pada simbol atau notasi tegak lurus atau siku-siku pada sudut yang dibentuk oleh dua vektor. Pada sketsa vektor yang sejajar, EY telah menuliskan notasi vektor yaitu \vec{a} dan \vec{b} . Selain itu, penamaan kedua sumbu Koordinat Cartesius telah ditulis dengan tepat. Bentuk atau posisi vektor yang saling tegak lurus juga digambarkan dengan cara yang tidak sama dengan yang telah dipelajari di buku. Terdapat kekurangan dari sketsa vektor tersebut yaitu pada simbol atau notasi kesejajaran. Pada sketsa vektor yang sejajar, EY tidak menuliskan notasi vektor. Penamaan kedua sumbu Koordinat Cartesius telah ditulis dengan tepat. Bentuk atau posisi vektor yang segaris tidak digambarkan dengan benar.

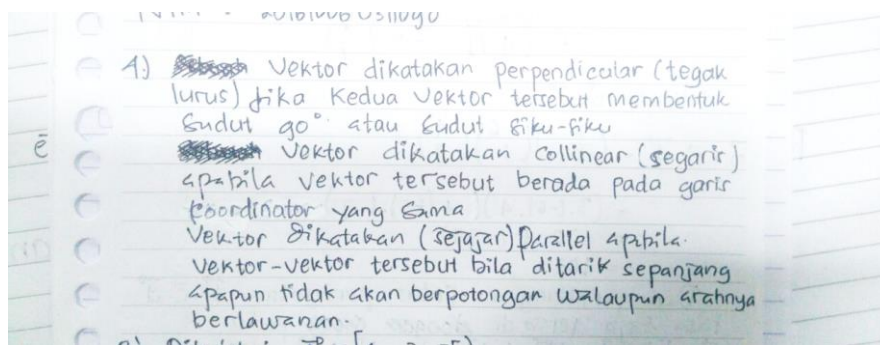
EY selanjutnya dianalisis lebih lanjut melalui kegiatan wawancara. Adapun *script* wawancara sebagai berikut:

- Peneliti : Coba perhatikan kembali gambar dua vektor yang tegak lurus. Dapatkah Saudara menjelaskan gambar yang telah Saudara buat?
- EY : Baik Bu.. pada dasarnya vektor itu kan ruas garis berarah sehingga mempunyai titik pangkal dan titik ujung (sambil menggambar vektor). Nah, karena tegak lurus berarti harus ada dua vektor (menggambar vektor selanjutnya). Kemudian pasti ada perpotongan antara dua vektor tersebut yang mengakibatkan tegak lurus, berarti

- disini nanti sudutnya 90° (sambil menulis notasi sudut siku-siku diantara dua vektor kemudian menunjuk dengan menggunakan jari).
- Peneliti : Apa yang membedakan gambar Saudara ini dengan jawaban Saudara sebelumnya?
 EY : mmm.. (diam dan jarinya menunjuk seperti menggambarkan) oh, notasi tegak lurus nya ya Bu? Saya lupa menuliskannya. Tetapi saya yakin kalau ini sudah tegak lurus (sambil menunjuk menggunakan jari)
- Peneliti : Coba perhatikan gambar yang Saudara beri notasi x dan y. Apakah bukan merupakan vektor yang saling tegak lurus?
 EY : Sebentar Bu.. (diam dan jarinya seolah menebalkan gambar dengan cara menunjuk). Bukan bu, sebenarnya x dan y merupakan sumbu koordinat Cartesius. Berarti, merupakan garis (sambil menggambar perpanjangan dua garis dengan menambah anak panah pada ujung garis lainnya)

Jawaban dari pertanyaan wawancara tersebut dapat secara langsung diketahui bahwa EY menggunakan gambar dalam menjelaskan konsep ketegaklurusan vektor. EY menjelaskan bahwa kekurangan gambar yaitu belum tercantumnya notasi tegak lurus. EY terlihat seringkali menunjuk gambarnya atau menunjuk gambar yang ada di buku.

Hasil jawaban mahasiswa dengan kategori gaya berpikir secara analitik dianalisis dari jawaban IB yang dapat dilihat pada gambar 2.



Gambar 2. Hasil Jawaban Mahasiswa dengan Gaya Berpikir secara Analitik

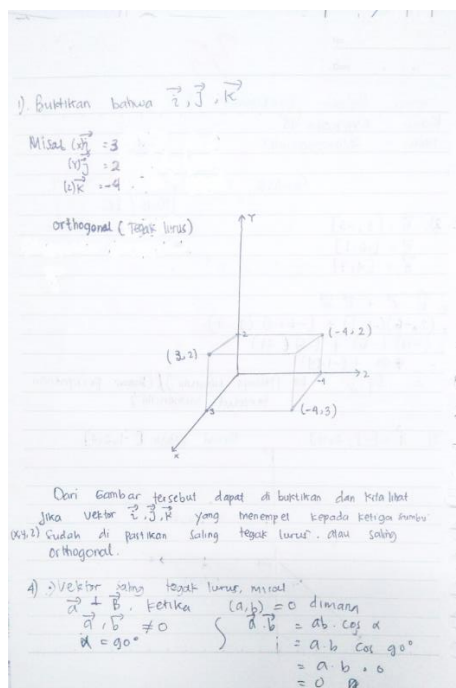
Berdasar gambar 2, IB telah dapat menjawab soal dengan lengkap. Berdasar jawaban tersebut, IB sama sekali tidak menggambar sketsa. IB menjawab soal dengan cara menuliskan deskripsi vektor yang saling tegak lurus, segaris, dan sejajar secara verbal. Pada jawaban dua vektor saling tegak lurus, IB menggunakan notasi derajat pada sudut 90° dan mampu menyebutkan istilah lain untuk sudut 90° yaitu sudut siku-siku. IB juga telah menyebutkan vektor yang tegak lurus berjumlah dua. Pada jawaban vektor yang segaris, IB menjawab kurang tepat karena menyatakan bahwa dua vektor segaris jika berada pada garis koordinator yang sama. IB juga tidak memberikan deskripsi lebih lanjut tentang apa itu garis koordinator. Pada jawaban dua vektor yang sejajar, IB menggunakan istilah “ditarik” untuk menunjukkan bahwa vektor tersebut diperpanjang ukurannya. IB juga menggunakan konsep vektor yang benar dengan memberikan kemungkinan arahnya berlawanan.

IB selanjutnya dianalisis lebih lanjut melalui kegiatan wawancara. Adapun *script* wawancara sebagai berikut:

- Peneliti : Coba baca kembali jawaban Saudara. Jelaskan kapan dua vektor dikatakan sejajar?
- IB : Sesuai dengan yang pernah saya pelajari waktu SMK, bu. Vektor dikatakan segaris itu sebenarnya ada dua vektor yang saling berhimpit, Bu. Kalau ada dua vektor, yang tidak saling berpotongan, maka kemungkinannya ada dua, kalau dia tidak berpotongan jika ukurannya ditambah, maka vektor tersebut pasti sejajar. Tetapi, jika dua vektor saling menimpa/menindih, maka itu yang disebut dengan segaris.
- Peneliti : Coba baca kembali jawaban Saudara. Apa yang Saudara maksud dengan garis koordinat?
- IB : maksud saya sumbu koordinat Cartesius, Bu yaitu sumbu-x dan sumbu-y. Jadi nanti kedua vektor tersebut bisa jadi menempel dengan salah satu sumbu tersebut.
- Peneliti : Apakah dua vektor segaris pasti menempel pada sumbu koordinat?
- IB : mm.. (membolak-balikkan buku catatan dan membaca kembali definisi) Oh tidak, Bu.. tidak harus menempel pada sumbu koordinat. Vektor dikatakan segaris jika saling berhimpit.

IB diidentifikasi termasuk mahasiswa yang mempunyai gaya berpikir analitik. IB menjawab pertanyaan dengan cara menulis lengkap deskripsi tentang vektor segaris. Hasil wawancara menunjukkan, IB lebih lancar untuk menjelaskan garis koordinat, vektor sejajar, maupun vektor yang berhimpit.

Seperti yang terlihat pada tabel 3, banyaknya mahasiswa yang mempunyai gaya berpikir matematis secara integrasi adalah 20 mahasiswa. Diantara 20 siswa tersebut, dipilih RY sebagai subyek yang dianalisis jawaban dan hasil wawancaranya. Adapun lembar jawaban RY dapat dibaca pada gambar 3.



Gambar 3. Hasil Jawaban Mahasiswa dengan Gaya Berpikir secara Integrasi

Berdasar gambar 3 tersebut, RY menjawab dua nomor soal dengan cara yang berbeda. Pada jawaban nomor 1, tentang penyelidikan dua vektor secara tegak lurus, RY menambahkan gambar dan disertai dengan penjelasan verbal. Adapun gambar yang dibuat telah dilengkapi dengan notasi sumbu dan koordinat. Pada gambar yang dibuat, RY belum membuat representasi vektor $(x)\vec{i}$, $(y)\vec{j}$, dan $(z)\vec{k}$. RY juga kurang tepat dalam menuliskan notasi vektor satuan. RY telah mampu menuliskan notasi matematika berupa notasi vektor satuan yaitu \vec{i} , \vec{j} , dan \vec{k} pada penjelasan verbal. Penjelasan verbal RY tentang vektor yang tegak lurus kurang tepat karena RY menuliskan bahwa yang akan dibuktikan adalah \vec{i} , \vec{j} , dan \vec{k} . Sementara, RY menggambar vektor ruang dan menjelaskan bahwa yang saling tegak lurus adalah sumbu koordinatnya. Pada jawaban RY nomor 4, RY tidak menggunakan sketsa untuk menjelaskan dua vektor saling tegak lurus. RY memilih menjelaskan secara verbal dengan menggunakan notasi matematis antara lain \perp sebagai notasi tegak lurus dan α sebagai notasi sudut antara dua vektor. Hal ini dilakukan RY dengan cara menggunakan aturan cos sehingga perkalian dot antara dua vektor menghasilkan 0.

Adapun penjelasan verbal diperkuat dengan hasil wawancara sebagai berikut:

- Peneliti : Coba perhatikan kembali jawaban Saudara. Dapatkah Saudara menjelaskan gambar tersebut?
- RY : Saya memisalkan ada vektor ruang dengan vektornya $3\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$ (sambil menunjuk gambar dan menjelaskan letak vektornya berupa diagonal bidang serta menambahkan gambar diagonal bidang pada gambar secara tepat). Mmm.. Oh maaf ibu, ini seharusnya vektor satuannya $4\vec{k}$ sehingga berada pada kuadran I (menambahkan tulisan Kd.I sebagai representasi dari Kuadran I)
- Peneliti : Coba jelaskan maksud dari simbol $(x)\vec{i}$, $(y)\vec{j}$, dan $(z)\vec{k}$.
- RY : ini sebenarnya vektor satuan yang membantu saya mempermudah hafalan kalau vektor satuan \vec{i} bersesuaian dengan sumbu-x, dan seterusnya.
- Peneliti : lalu mana vektor yang tegak lurus?
- RY : Ini Bu (menebalkan sumbu-x, sumbu-y, dan sumbu-z) sumbu pada Koordinat Cartesius pasti saling tegak lurus.
- Peneliti : Perhatikan jawaban nomor 4, mengapa Saudara menggunakan aturan Cosinus?
- RY : karena saya mau menunjukkan bahwa perkalian dotnya bernilai nol. Kita tahu bahwa jika diketahui ukuran panjang dua garis dan satu sudut yang diapitnya pasti menggunakan Aturan Cosinus.

Pembahasan

Berdasar gambar 1 dan kutipan wawancara, maka dapat dideskripsikan bahwa EY sering menggunakan sketsa untuk menjelaskan konsep vektor. Ketika menjawab soal tes, EY membuat sketsa pada ketiga hubungan vektor walaupun terdapat kekurangan yaitu notasi belum lengkap. Hal ini sejalan dengan penelitian sebelumnya yang menyatakan bahwa siswa dengan gaya berpikir matematis visual lebih menyukai penyelesaian masalah dengan cara menggambar karena mempunyai kelemahan dalam menghafal definisi atau rumus (Haryati, 2016). Selain

itu, mahasiswa dengan gaya berpikir matematis secara visual, menjelaskan konsep dengan cara menunjuk gambar, menelusuri setiap garis yang digambar menggunakan jari, dan menambahkan notasi matematika jika penjelasan kurang detail. Hal ini sejalan dengan penelitian sebelumnya yang menyatakan bahwa siswa menggunakan imajinasi berdasar kehidupan sehari-hari dan terbiasa untuk merepresentasikan konsep melalui imajinasi dalam bentuk gambar atau sketsa abstrak kemudian menggunakan jarinya untuk menjelaskan tanpa kata-kata (Ferri, 2012).

Berdasar gambar 2 dan kutipan wawancara, IB menuliskan konsep vektor tegak lurus, segaris, dan sejajar menggunakan penulisan deskripsi dan penjelasan secara verbal. IB juga telah mendeskripsikan secara detail konsep dua garis yang saling tegak lurus dengan menyebutkan definisi vektor segaris. Selain itu, IB juga telah menuliskan notasi matematis berupa notasi sudut. Pada jawaban IB, tidak ada sama sekali sketsa maupun gambar. Hal ini sejalan dengan penelitian sebelumnya yang menyatakan bahwa siswa dengan gaya berpikir secara analitik lebih menyukai penyelesaian masalah menggunakan simbol-simbol matematika atau representasi verbal dan lebih mendeskripsikan konsep matematika menggunakan prosedur formal (Risnanosanti, 2017).

Berdasar jawaban dan kutipan wawancara dengan RY, dapat ditarik kesimpulan bahwa RY adalah mahasiswa dengan gaya berpikir secara integrasi. Hal ini dibuktikan dengan penyelesaian masalah RY dilakukan secara fleksibel menggunakan gambar dan penjelasan verbal. Hal ini sejalan dengan penelitian sebelumnya yang menyatakan bahwa siswa dengan gaya berpikir matematis secara integrasi mampu menyelesaikan permasalahan secara fleksibel (Ferri, 2012; Risnanosanti, 2017). RY menggunakan gambar untuk mempermudah perwujudan dua vektor yang saling tegak lurus kemudian menambahkan penjelasan untuk memperjelas gambar yang dibuat. Tetapi, pada nomor selanjutnya, RY menggunakan penjelasan procedural langkah demi langkah menggunakan aturan cosinus. RY juga menggunakan notasi-notasi matematika ketika menggambar maupun menjelaskan secara verbal. Hal ini sejalan dengan penelitian sebelumnya yang menyatakan bahwa penyelesaian masalah yang dilakukan oleh siswa dengan gaya berpikir tingkat tinggi sering menuliskan notasi dan model matematika yang merepresentasikan permasalahan (Ferri, 2012).

Simpulan

Gaya berpikir matematis setiap manusia berbeda-beda. Gaya berpikir matematis secara visual diidentifikasi dengan adanya sketsa di awal penyelesaian masalah tanpa ada penjelasan secara verbal. Notasi matematika dituliskan secara lengkap untuk memperjelas gambar atau sketsa yang dibuat. Gaya berpikir matematis secara analitik dapat diidentifikasi dengan cara

penyelesaian masalah yang dilakukan secara prosedural dengan memperhatikan notasi-notasi matematika tanpa disertai gambar. Penjelasan verbal digunakan dengan cara menyebutkan kembali definisi yang digunakan untuk penyelesaian masalah. Gaya berpikir matematis secara integrasi dapat diidentifikasi dari penyelesaian masalah yang dilakukan berbeda menggunakan gambar dan terkadang tidak. Hal ini dilakukan secara fleksibel. Penjelasan verbal juga disertai dengan penggambaran sketsa atau gambar untuk memudahkan dalam mendeskripsikan konsep. Pentingnya kajian gaya berpikir matematis siswa yang berbeda-beda, dapat dijadikan sebagai alasan diperlukannya penelitian lanjutan. Untuk penelitian selanjutnya, sebaiknya tentang pengembangan perangkat pembelajaran yang dapat mengakomodasi seluruh jenis gaya berpikir matematis siswa.

Referensi

- Ali, dkk. (2014). The demarcation of cognitive and learning style: Myth or reality as an impediment in educational research. *Journal of Psychological and Educational Research (JPER)*, 22.
- Aljojo, N. (2017). Differences in styles of thinking ‘in light of sternberg's theory’: a case study of different educational level. *Journal of Technology and Science Education*, 7(3), 333–346. <https://doi.org/10.3926/jotse.291>.
- Budsankom, P., dkk. (2015). Educational research and reviews - an analysis of the quality assurance policies in a ghanian university. *Educational Research and Reviews*, 10(19), 2639–2652.
- Emamipour, S., et al. (2013). Developmental study of thinking styles in Iranian students university. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 84(1997), 1736–1739. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.07.023>.
- Fatemi, M. (2016). Relationship between thinking styles and academic achievement of the Students. *International Journal of Humanities and Cultural Studies*, 2(4), 1353–1361.
- Felder, R. M. (2011). Learning styles and teaching styles. 4(1), 73–77.
- Ferri, R. B. (2012). Mathematical thinking styles and their influence on teaching and learning mathematics. *12th International Congress on Mathematics*.
- Ferri, R. B., & Blum, W. (2011). Are integrated thinkers better able to intervene adaptively? – a case study in a mathematical modelling environment.
- Haryati, dkk. (2016). *Gaya berpikir matematika siswa dalam penyelesaian soal cerita*. Seminar Nasional Pendidikan Matematika 2016 1 Prosiding, 1–7.
- Ibrahim & Ahmad, A. (2016). Teaching styles preferred by students on their achievement in history subject. *IOSR Journal Of Humanities And Social Science (IOSR-JHSS)*, 21(6), 47–53.
- Kusuma, dkk. (2017). The development of higher order thinking skill (HOTS) instrument assessment in physics study, 7(1), 26–32. <https://doi.org/10.9790/7388-0701052632>.
- Liu, K. S., et al. (2016). Effects of digital teaching on the thinking styles and the transfer of learning of the students in department of interior design. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 12(6), 1697–1706.
- Onal, H., dkk. (2017). A research on mathematical thinking skills: mathematical thinking skills of athletes in individual and team sports. *Journal of Education and Training Studies*, 5(9), 133. <https://doi.org/10.11114/jets.v5i9.2428>.

- Ramlan, E. (2015). Konsep revisi taksonomi Bloom dan implementasinya pada pelajaran matematika SMP. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 2(1), 72–78.
- Rentzos, M. & Simpson, A. (2010). The thinking styles of university mathematics students. *Acta Didactica Napocensia*, 3(4), 1–10.
- Risnanosanti. (2017). Mathematical thinking styles of undergraduate students and their achievement in mathematics. *AIP Conference Proceedings*, 1868. <https://doi.org/10.1063/1.4995145>.
- Sharma. (2011). A study of learning-thinking style of secondary school students. *International Journal on New Trends in Education and Their Implications*, 2(4), 115–123.
- Stier, K. (2009). A picture is worth a thousand words. *Occupational Health & Safety (Waco, Tex.)*, 78(10), 16, 18.
- Tajudin, M. N. & Chinnappan, M. (2017). *Role of higher order thinking skills in enhancing mathematical problem solving. Man in India*, 97.
- Tanujaya, B., dkk. (2017). The relationship between higher order thinking skills and academic performance of student in mathematics instruction. *International Education Studies*, 10(11), 78. <https://doi.org/10.5539/ies.v10n11p78>.
- Turki, J. (2012). Thinking styles "in light of sternberg's theory" prevailing among the students of Tafila Technical University and its relationship with some variables educational psychology section. *American International Journal of Contemporary Research*, 2(3), 140–152.
- Vale, I. & Barbosa, A. (2017). The importance of seeing in mathematics communication. *Journal of the European Teacher Education Network*, 12, 49–63.