

## **Profil Kemampuan Penalaran Kreatif Matematis Mahasiswa Calon Guru**

**Wahyu Hidayat<sup>1\*</sup>, Ratna Sariningsih<sup>2</sup>**

<sup>1,2</sup> Program Studi Pendidikan Matematika, Institut Keguruan dan Ilmu Pendidikan Siliwangi

\*wahyu@ikipsiliwangi.ac.id

### **Abstrak**

Penelitian ini bertujuan untuk memperoleh gambaran tentang kemampuan penalaran kreatif matematis mahasiswa calon guru. Kemampuan penalaran kreatif matematis dalam penelitian ini adalah kemampuan mahasiswa menjustifikasi pernyataan dengan alasan terhadap kebenaran suatu pernyataan yang didasarkan pada kebaruan (*novelty*), masuk akal (*plausible*) dan berdasar matematis (*mathematical foundation*). Pendekatan penelitian ini merupakan kualitatif dengan menggunakan *Grounded Theory*. Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh mahasiswa peserta mata kuliah Kalkulus Program Studi S-1 Pendidikan Matematika pada salah satu perguruan tinggi Lembaga Pendidikan Tenaga Kependidikan (LPTK) Swasta di Jawa Barat, sedangkan sampelnya sejumlah 55 mahasiswa yang dipilih dengan teknik *cluster random sampling*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kemampuan penalaran kreatif matematis mahasiswa dikategorikan kedalam tiga level kemampuan berdasarkan kualitas dari empat kategori yaitu langkah awal, alur penyelesaian, konsep terkait, dan kekeliruan istilah matematis.

**Kata kunci:** *grounded theory*, mahasiswa calon guru, penalaran kreatif matematis

### **Abstract**

This study aims to obtain an overview of the mathematical creative reasoning abilities of the prospective teacher. The ability of mathematical creative reasoning in this study is the ability of students to justify a statement on the grounds of the truth of a statement that is based on novelty, plausible, and mathematical foundation. This research approach is qualitative using *Grounded Theory*. The population in this study were all students participating in the Calculus class of the Study Program Mathematics Education at one of the universities in West Java. In a while, the sample of 55 students was selected by a cluster random sampling technique. The results showed that students' mathematical creative reasoning abilities were categorized into three levels of ability based on the quality of the four categories, namely the initial step, the flow of completion, the related concepts, and the mathematical term errors.

**Keywords:** *grounded theory*, mathematical creative reasoning, prospective teacher

Received: December 12, 2019 / Accepted: January 1, 2020 / Published Online: January 31, 2020

## **Pendahuluan**

Kemampuan penalaran matematis merupakan kemampuan seseorang dalam memilah apa yang penting dan apa yang tidak penting dari suatu masalah. Selain itu, kemampuan penalaran matematis juga merupakan kemampuan memberikan alasan dari suatu penyelesaian masalah. Kasmer dan Kim (2011) menjelaskan bahwa aktivitas yang dilakukan oleh siswa ketika menganalisis masalah, membuat konjektur, menentukan hubungan antar variabel,

menerapkan strategi penyelesaian masalah, mencari dan menggunakan koneksi matematis, dan merefleksikan penyelesaian masalah merupakan proses yang dapat memperkuat penalaran matematis. Dengan demikian kemampuan penalaran matematis perlu dimiliki oleh peserta didik, khususnya mahasiswa calon guru.

Bergqvist (2007) mengemukakan kerangka kerja penalaran dalam matematika meliputi penalaran imitatif dan kreatif. Penalaran imitatif (*Imitatif Reasoning/IR*) merupakan tipe penalaran yang dalam mencari solusi suatu permasalahan matematika dilakukan dengan cara meniru solusi seperti contoh soal maupun latihan yang terdapat pada buku teks seperti halnya mengingat algoritma atau langkah-langkah dari solusi suatu permasalahan. Selain penalaran imitatif, terdapat juga penalaran kreatif (*Creative Reasoning/CR*) yaitu suatu penalaran dengan mengutamakan proses pemecahan masalah yang meliputi kebaruan (*novelty*), masuk akal (*plausible*) dan berdasar matematis (*mathematical foundation*) (Bergqvist & Lithner, 2012; Lithner, 2017). Penalaran kreatif matematis dalam penelitian ini adalah kemampuan mahasiswa menjustifikasi pernyataan dengan alasan terhadap kebenaran suatu pernyataan yang didasarkan pada kebaruan (*novelty*), masuk akal (*plausible*) dan berdasar matematis (*mathematical foundation*).

Hasil penelitian Hidayat, Herdiman, Aripin, Yuliani, dan Maya (2018) menunjukkan bahwa pendidik masih cenderung kurang memiliki kemampuan penalaran kreatif matematis, khususnya pada indikator *novelty*. *Novelty* merupakan suatu rangkaian yang dilakukan seseorang dalam melakukan proses pemecahan masalah dalam mencari solusi yang dianggap baru, baik itu merupakan proses pemecahan masalah yang benar-benar baru maupun proses pemecahan masalah yang telah dilupakan dan diciptakan kembali (Munandar, 2009; Siswono & Novitasari, 2007).

Permasalahan yang muncul berdasarkan studi pendahuluan yang telah dilakukan Hidayat (2017) bahwa peserta didik cenderung kurang diberikan kesempatan untuk aktif baik secara fisik maupun mental di dalam pelaksanaan pembelajaran. Hal ini memberikan dampak terhadap peserta didik sehingga kesulitan dalam mengkonstruksi ide berdasarkan data yang didapatkan dari suatu permasalahan, sehingga pada akhirnya cenderung masih memiliki kesukaran dalam hal memunculkan gagasan yang selanjutnya dikomunikasikan kepada temannya.

Dalam mengkonstruksi ide dan mengkomunikasikannya kepada orang lain, diperlukan juga pengetahuan awal matematika yang dimiliki mahasiswa dengan baik. Sehingga mahasiswa melakukan proses mengkonstruksi dan mengembangkan pengetahuannya secara vertikal dan horizontal (Arends, 2006; Castle, Arends, & Rockwood, 2008).

Berdasarkan hal tersebut, sudah menjadi urgensi untuk dilakukan penelitian yang bertujuan untuk memperoleh gambaran penjenjangan dari kemampuan penalaran kreatif matematis mahasiswa. Dengan demikian pertanyaan dalam penelitian ini adalah bagaimana gambaran penjenjangan dari kemampuan penalaran kreatif matematis mahasiswa?

## **Metode**

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif yang dikhususkan dalam kajian mendalam terkait aspek kemampuan penalaran kreatif matematis. Penelitian ini menggunakan metode *grounded theory* (Bowen, 2006). Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh mahasiswa peserta mata kuliah Kalkulus Program Studi S-1 Pendidikan Matematika pada salah satu perguruan tinggi Lembaga Pendidikan Tenaga Kependidikan (LPTK) Swasta di Jawa Barat, sedangkan sampelnya sejumlah 55 mahasiswa yang dipilih dengan teknik *cluster random sampling*.

Dalam penelitian *grounded theory* ini menggunakan tiga langkah yang sistematis, yaitu *open coding*, *selective coding* dan *theoretical coding* (Jones & Alony, 2011).

### **1. Tahap Open Coding**

Pada tahapan ini, dilakukan proses pengumpulan data awal dengan menganalisis pekerjaan mahasiswa pada tes kemampuan penalaran kreatif matematis. Setiap pekerjaan mahasiswa dianalisis untuk mendapatkan kategori-kategori yang berpeluang dapat dikembangkan menjadi sebuah teori.

Analisis pekerjaan mahasiswa ini dimaksudkan agar dapat memperoleh kriteria tentang kemampuan penalaran kreatif yang baik. Langkah-langkah proses analisis diuraikan sebagai berikut: a) Ide awal; b) Strategi penyelesaian; c) Kecermatan dalam memanfaatkan hal yang diketahui; d) Alur berpikir; e) Penggunaan notasi, simbol dan istilah matematika; serta f) Penguasaan dan pemanfaatan konsep-konsep yang terkait.

### **2. Tahap Selective Coding**

Pada tahap *selective coding*, terlebih dahulu dilakukan pendalaman terhadap kategori-kategori yang diperoleh dari tahap *open coding*, dengan tetap mempertimbangkan sub kategori yang terkait untuk memperoleh kategori inti. Proses *selective coding* dilakukan oleh peneliti bersama dengan Prof. Dr. Wahyudin, M.Pd. selaku ahli penelitian kualitatif pendidikan matematika di Indonesia.

Langkah-langkah yang dilakukan yaitu: a) Menganalisis kategori yang muncul secara dominan pada tahap *open coding*; b) Menentukan kategori inti berdasarkan hasil analisis

terhadap semua kategori yang muncul; dan c) Melakukan kajian pendalaman (pemadatan) terhadap kategori inti yang telah ditetapkan.

Kajian pendalaman (pemadatan) dilakukan melalui wawancara terhadap sampel (partisipan) yang dipilih secara teoritis (*theoretical sampling*), yakni pengambilan sampel bertujuan memperoleh kebutuhan data pendukung terhadap teori yang dikembangkan yaitu penjenjangan kemampuan penalaran kreatif matematis. Pemilihan sampel didasarkan pada prinsip pengambilan sampel secara teoritis atas kelompok-kelompok yang berbeda untuk memaksimalkan perbedaan dan kesamaan informasi (Cresswell, 2010). Langkah-langkah yang ditempuh yaitu: a) Memilah mahasiswa ke dalam tiga kategori kemampuan penalaran kreatif matematis yakni kategori rendah, sedang, dan tinggi; b) Pemilahan mahasiswa berdasarkan kemampuan penalaran kreatif matematis yang ditunjukkan pada jumlah skor yang diperoleh dari jawaban soal kemampuan penalaran kreatif matematis pada tes akhir pembelajaran; c) Memilih dua partisipan dari masing-masing kelompok berdasarkan prinsip memaksimalkan perbedaan dan kesamaan informasi; d) Melakukan wawancara dengan responden untuk mendalami temuan kategori inti yang telah ditetapkan.

Pemilahan mahasiswa berdasarkan kemampuan penalaran kreatif matematis disajikan pada Tabel 1.

**Tabel 1.** Hasil Pemilahan Kelompok Kemampuan Penalaran Kreatif

Kelompok	Batasan Nilai ( $x$ )	Banyak Mahasiswa
Rendah	$x \leq 69,38$	8
Sedang	$69,38 < x \leq 87,71$	37
Tinggi	$x > 87,71$	10

### 3. Tahap *Theoretical Coding*

Pada tahapan ini dilakukan penyusunan teori atau konjektur. Langkah-langkah yang ditempuh dalam tahapan ini yaitu: a) Menganalisis dan sinkronisasi terhadap data yang diperoleh melalui tahapan *open coding* dan *selective coding*; b) Triangulasi data yang diperoleh melalui analisis pekerjaan mahasiswa dan wawancara dengan responden terpilih; dan c) Merumuskan hasil analisis, sinkronisasi dan triangulasi dalam bentuk teori (konjektur). Adapun rincian soal kemampuan penalaran kreatif disajikan pada Tabel 2 berikut.

**Tabel 2.** Rincian salah satu soal kemampuan penalaran kreatif matematis

Nomor Soal	Materi	Naskah Soal
3	Kekontinuan	Diketahui $\lim_{x \rightarrow 4} r(x) = 13$ . Apakah masing-masing kesimpulan berikut ini benar? Berikan alasan. a. $r(x)$ kontinu di $x = 4$ b. $r(x)$ terdefinisi di $x = 4$

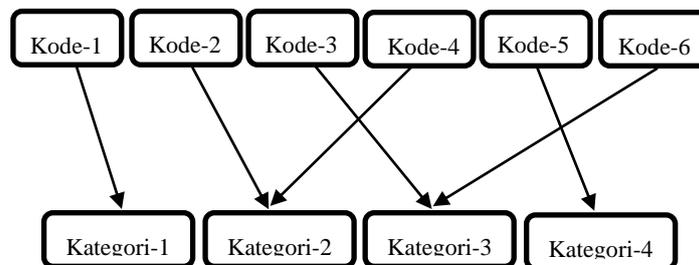
## Hasil Penelitian

Berdasarkan hasil *open coding* diperoleh pengelompokan kategori berdasarkan persentase temuan kesalahan kemampuan penalaran kreatif matematis berikut (Tabel 3).

**Tabel 3.** Persentase Temuan Kesalahan Kemampuan Penalaran Kreatif

No	Aspek Analisis	Kesalahan (%)
1	Langkah (ide) awal pada saat memahami masalah dan menyelesaikannya.	41,82
2	Strategi penyelesaian yang digunakan.	38,18
3	Pemahaman dan kecermatan dalam memanfaatkan asumsi atau hal yang sudah diketahui.	47,27
4	Alur berpikir (proses) dalam keseluruhan pekerjaan.	32,73
5	Penggunaan notasi, istilah atau simbol matematik.	23,64
6	Penguasaan dan pemanfaatan konsep-konsep terkait yang relevan.	43,64

Dari analisis 6 kode pada tahap *open coding* diperoleh beberapa kode yang saling berkaitan dan mengarah pada satu kategori. Strategi penyelesaian pada Kode-2, berkaitan langsung dengan alur berpikir (proses) penyelesaian masalah pada Kode-4, sehingga dapat dipandang sebagai satu kategori yakni alur penyelesaian. Pemahaman dan kecermatan dalam memanfaatkan asumsi atau hal yang sudah diketahui pada Kode-3, berkaitan langsung dengan penguasaan dan pemanfaatan konsep-konsep atau prinsip yang relevan pada Kode-6, sehingga dapat dipandang sebagai satu kategori yakni konsep terkait. Kode yang lain masing-masing merupakan satu kategori yang perlu dikaji dan diperdalam lebih lanjut. Secara skematis, pembentukan kategori inti dapat disajikan pada Gambar 1.



**Gambar 1.** Skema Pembentukan Kategori

Keterangan:

**Kategori-1** : Langkah awal                      **Kategori-2** : Alur penyelesaian  
**Kategori-3** : Konsep Terkait                      **Kategori-4** : Kekeliruan Istilah Matematis

Berdasarkan level kemampuan pada Tabel 1, dipilih 6 mahasiswa sebagai responden, dengan pemilihan sampel mempertimbangkan jarak nilai antar kelompok untuk ‘memaksimalkan’ informasi yang berbeda. Keenam mahasiswa yang terpilih sebagai sampel (responden) selanjutnya dituliskan dengan kode sesuai pada Tabel 4.

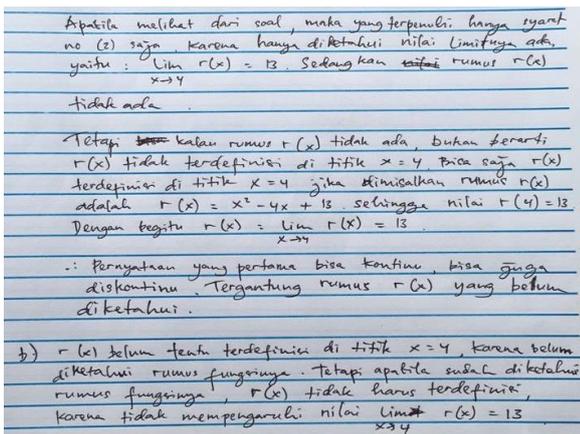
**Tabel 4. Kode Responden**

Kode	Keterangan Responden
R11	Responden berasal dari kelompok kemampuan tinggi, orang yang pertama
R12	Responden berasal dari kelompok kemampuan tinggi, orang yang kedua
R21	Responden berasal dari kelompok kemampuan sedang, orang yang pertama
R22	Responden berasal dari kelompok kemampuan sedang, orang yang kedua
R31	Responden berasal dari kelompok kemampuan rendah, orang yang pertama
R32	Responden berasal dari kelompok kemampuan rendah, orang yang kedua

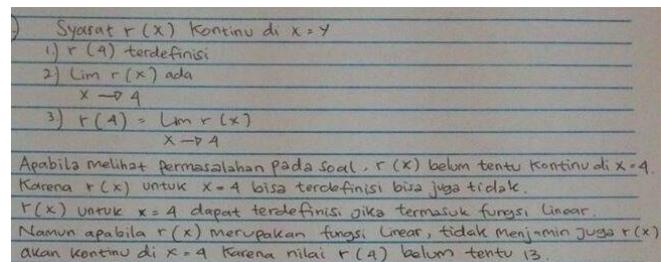
Pada tahapan *theoretical coding* dilakukan analisis pendalaman terhadap kategori inti. Analisis pendalaman ini dilakukan melalui wawancara terhadap 6 mahasiswa yang terpilih sebagai responden. Analisis ini dilakukan dengan tujuan untuk mengetahui gambaran kemampuan mahasiswa dalam bernalar ditinjau berdasarkan empat kategori inti dan level kemampuan penalaran kreatif tinggi, sedang dan rendah.

**1. Jenjang Kemampuan Tinggi**

Jawaban R11 dan R12 disajikan pada Gambar 2 dan Gambar 3 berikut.



**Gambar 2.** Jawaban R11 untuk Soal Nomor 3



**Gambar 3.** Jawaban R12 untuk Soal Nomor 3

Penggalan wawancara yang dilakukan dengan R11 dan R12 disajikan pada Tabel 5 dan Tabel 6 berikut.

**Tabel 5. Penggalan Wawancara dengan R11**

Subjek	Isi Percakapan	Baris
P	Oke selanjutnya bagaimana dengan no 3 ini? Apa yang R11 pikirkan untuk menjawab permasalahan no 3 ini?	1
R11	Jadi yang pertama itu kita harus mengetahui dulu apa sih syarat dari kekontinuan. Yang pertama itu ada fungsinya itu terdefinisi atau f(a) untuk a=4 itu ada. yang kedua mempunyai limit, limitnya itu limit x mendekati c dari f(x) itu ada, atau bisa disebut juga limit x mendekati c positif sama dengan limit x mendekati c negatif. Terus yang ketiga limit f(x) sama dengan fungsi yang tadi syarat pertama yaitu nilai f(a) untuk a=4.	2
P	Jadi kamu menguji syarat kekontinuan terhadap masalah dari soalnya ya?	3
R11	Iya Pak, untuk menyelesaikan soal ini saya menguji syarat kekontinuannya.	4
P	Lalu bagaimana langkah atau ide penyelesaiannya?	5
R11	Yang saya tangkap dari permasalahan yang pertama ini hanya syarat no 2 yaitu nilai limitnya ada sama dengan 13. Karena kita belum tau gitu yang pertama bahwa fungsi r(x)	6

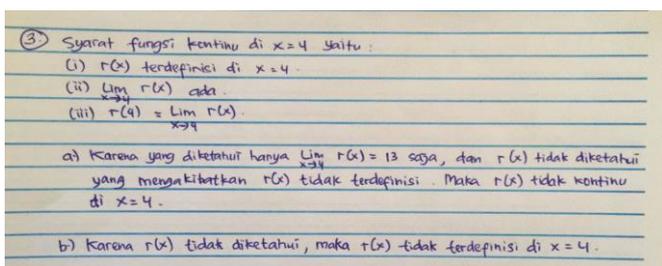
Subjek	Isi Percakapan	Baris
	untuk $x=4$ terdefinisi. Tapi $r(x)$ bisa terdefinisi apabila fungsi $r(x)$ nya sama dengan $x^2-4x+13$ .	
P	Kenapa harus fungsi yang berbentuk $x^2-4x+13$ ?	7
R11	Sebenarnya tidak harus berbentuk seperti itu Pak. tapi sebaiknya $r(x)$ merupakan fungsi yang linear, sehingga meminimalisir $r(x)$ tidak terdefinisi.	8
P	Apakah ada fungsi $r(x)$ yang termasuk linear, tetapi tidak menyebabkan kontinu di $x=4$ ?	9
R11	Banyak Pak.	10
P	Misalnya apa?	11
R11	Misalnya $r(x)=x$ tidak akan menjadikan $r(x)$ kontinu di $x=4$ karena nilai limit dari $r(x)$ untuk $x$ mendekati 4 adalah 13.	12
P	Jadi kesimpulannya bagaimana?	13
R11	Kesimpulannya itu tidak berarti pernyataannya yang salah, tapi pernyataannya kurang lengkap. Bisa saja pernyataannya benar, apabila $r(x)$ nya sudah diketahui.	14

Tabel 6. Penggalan Wawancara dengan R12

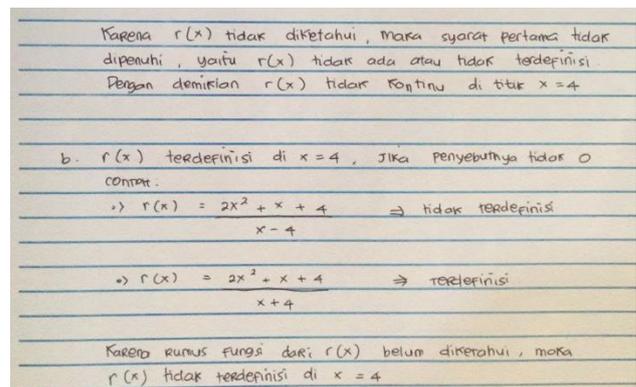
Subjek	Isi Percakapan	Baris
P	Okey, sekarang menurut R12 bagaimana dengan soal no 3 berikut?	1
R12	Untuk soal 3 ini saya menuliskan terlebih dahulu syarat $r(x)$ kontinu di $x=4$ . Setelah itu saya mengecek syarat tersebut namun untuk syarat pertama yaitu apakah $r(4)$ terdefinisi, maka saya kebingungan karena tidak ada informasi dari rumus fungsi $r(x)$ nya Pak.	2
P	Lalu setelah itu apa yang kamu lakukan?	3
R12	Saya melakukan pengamatan bahwa $r(x)$ untuk $x=4$ bisa terdefinisi, bisa juga tidak. Tapi yang bisa menyatakan $r(x)$ untuk $x=4$ terdefinisi itu apabila $r(x)$ nya merupakan fungsi linear. Sehingga $r(x)$ terdefinisi, tapi belum tentu juga kontinu, karena apabila dimisalkan $r(x)$ terdefinisi, maka belum menjamin nilai $r(x)$ untuk $x=4$ itu akan bernilai 13.	4

## 2. Jenjang Kemampuan Sedang

Jawaban R21 dan R22 disajikan pada Gambar 4 dan Gambar 5 berikut.



Gambar 4. Jawaban R21 untuk Soal Nomor 3



Gambar 5. Jawaban R22 untuk Soal Nomor 3

Penggalan wawancara yang dilakukan dengan R21 dan R22 disajikan pada Tabel 7 dan Tabel 8 berikut.

**Tabel 7.** Penggalan Wawancara dengan R21

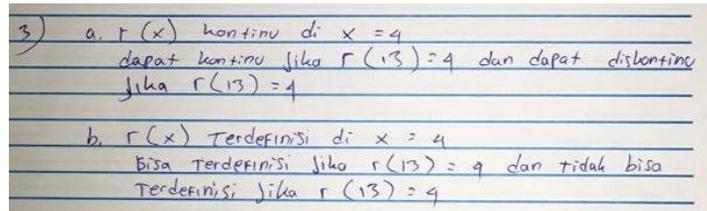
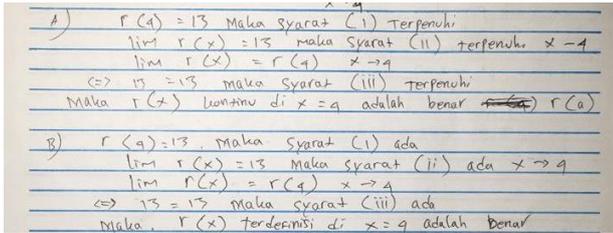
Subjek	Isi Percakapan	Baris
P	Ok, selanjutnya bagaimana dengan no 3 ini? Apa yang R21 pikirkan untuk menjawab permasalahan no 3 ini?	1
R21	Untuk soal no 3 ini saya kurang yakin dan kesulitan memahami soalnya Pak. karena disini diminta untuk menunjukkan apakah pernyataannya benar bahwa $r(x)$ kontinu di $x=4$ dan kemudian diminta juga menunjukkan apakah benar bahwa $r(x)$ terdefinisi di $x=4$ .	2
P	Kenapa R21 merasa kesulitan memahami soal no 3 ini?	3
R21	Begitu Pak, awalnya saya menuliskan syarat bahwa suatu fungsi bisa kontinu di $x=a$ , apabila memenuhi 3 syarat, yaitu pertama nilai dari $f(x)$ untuk $x=a$ itu ada atau terdefinisi. Kedua, nilai dari limit $f(x)$ dari $x$ mendekati $a$ itu juga memiliki nilai atau ada nilainya. Dan yang ketiga, nilai dari $f(x)$ untuk $x=a$ itu sama dengan nilai dari limit $f(x)$ untuk $x$ mendekati $a$ . Nah pada permasalahan nomor 3 ini, saya tidak menemukan informasi terkait fungsi $r(x)$ nya Pak. sehingga saya kesulitan menunjukkan apakah $r(x)$ nya itu terdefinisi atau tidak di titik $x=4$ .	4
P	Coba R21 baca kembali soalnya. Sekarang apakah R21 sudah merasa yakin atas jawaban yang R21 tuliskan?	5-7
R21	Iya Pak. jadi saya menuliskan jawaban untuk nomor 3 bagian a itu adalah $r(x)$ tidak kontinu, karena syarat $r(x)$ terdefinisi tidak diketahui. Kemudian untuk yang bagian b, saya menuliskan bahwa karena $r(x)$ tidak diketahui, maka $r(x)$ tidak terdefinisi.	8
P	Oke, sekarang cermati jawabannya satu per-satu. Yang pertama, apakah $r(x)$ terdefinisi?	9
R21	Tidak Pak.	10
P	Kenapa tidak?	11
R21	Karena rumus fungsi dan nilai dari $r(x)$ nya tidak diketahui.	12
P	Apakah kalau tidak diketahui itu sudah dipastikan tidak terdefinisi?	13
R21	Sebenarnya bisa terdefinisi, bisa juga tidak Pak.	14
P	Kapan $r(x)$ terdefinisi?	15
R21	Kalau nilai $r(x)$ nya itu ada Pak.	16
P	Maksudnya ada itu bagaimana?	17
R21	Maksudnya itu ada hasilnya dari rumus fungsi $r(x)$ , misalnya 13 Pak.	18
P	Nah itu, bagaimana kalau $r(x)$ nya memang ada, dan bernilai 13?	19
R21	Berarti $r(x)$ terdefinisi, dan nilai itu sama dengan nilai limit $r(x)$ yaitu 13.	20
P	Jadi kesimpulan untuk masalah bagian a bagaimana?	21
R21	Berarti $r(x)$ kontinu di titik $x=4$ . Tapi belum tentu juga kan Pak kalau nilai $r(x)$ itu ada?	22
P	Apakah R21 bisa memprediksi bahwa apabila $r(x)$ ada, maka $r(x)$ akan kontinu di $x=4$ ?	23
R21	Ya jawabannya sama kaya sebelumnya Pak, bahwa $r(x)$ akan kontinu di titik $x=4$ , apabila $r(4)$ bernilai 13.	24
P	Lalu apakah ada kemungkinan bahwa $r(x)$ tidak kontinu di titik $x=4$ ?	25
R21	Kemungkinannya sama juga Pak, bahwa $r(x)$ tidak akan kontinu di titik $x=4$ , apabila $r(4)$ tidak terdefinisi atau walaupun $r(4)$ terdefinisi nilainya tidak sama dengan 13.	26
P	Jadi kesimpulan akhirnya apa?	27
R21	Jadi kesimpulannya itu $r(x)$ belum tentu kontinu di $x=4$ , karena belum diketahui nilai $r(4)$ nya. Tapi $r(x)$ bisa kontinu di $x=4$ , apabila $r(4)$ memiliki nilai 13. Tapi $r(x)$ bisa juga tidak kontinu di $x=4$ , apabila $r(4)$ tidak terdefinisi atau $r(4)$ terdefinisi tetapi nilainya tidak sama dengan 13.	28

**Tabel 8.** Penggalan Wawancara dengan R22

Subjek	Isi Percakapan	Baris
P	R22 menyebutkan $r(x)$ tidak kontinu di $x=4$ itu karena $r(x)$ tidak terdefinisi di $x=4$ ya?	1
R22	Iya Pak.	2
P	Memangnya syarat kontinu itu apa aja sih?	3
R22	Suatu fungsi dapat dikatakan kontinu di titik $x=c$ , apabila pertama fungsi itu terdefinisi di $x=c$ , maksudnya apabila fungsi itu dimisalkan fungsi $f(x)$ , maka nilai dari $f(c)$ itu ada Pak.	4
P	Ada itu apa maksudnya?	5
R22	Ada itu tidak bernilai 0/0 atau yang penyebutnya bukan nol Pak.	6
P	Memangnya kalau penyebutnya nol kenapa?	7
R22	Nanti hasilnya tidak terdefinisi Pak. kan tadi syarat kekontinuan yang pertama itu nilai fungsinya terdefinisi di titik tertentu.	8
P	Oke, lalu bagaimana syarat selanjutnya.	9
R22	Syarat yang kedua itu nilai limit dari fungsi $f(x)$ dimana $x$ mendekati $c$ itu ada juga. Dan yang ketiga nilai fungsi $f(c)$ sama dengan nilai limit fungsi $f(x)$ untuk $x$ mendekati $c$ Pak.	10
P	Jadi kesimpulannya bagaimana?	11
R22	Karena $r(x)$ tidak diketahui, maka syarat pertama tidak dipenuhi, yaitu $r(x)$ tidak ada atau tidak terdefinisi.	12
P	Oke, sekarang kita bahas jawaban R22. Yang pertama, apakah $r(x)$ terdefinisi di $x=4$ ?	13
R22	$r(x)$ tidak terdefinisi di $x=4$ Pak.	14
P	Kenapa tidak terdefinisi?	15
R22	Karena $r(x)$ belum diketahui.	16
P	R22 mengatakan fungsi yang tidak terdefinisi itu apabila menghasilkan nilai berapa?	17
R22	Yang penyebutnya nol Pak.	18
P	Nah sekarang hasil dari $r(4)$ berapa?	19
R22	Belum tau Pak, kan rumus fungsinya juga tidak diketahui.	20
P	Kalau belum tau, kenapa bisa menyebutkan $r(x)$ terdefinisi?	21
R22	kalau begitu bisa saja $r(x)$ terdefinisi di $x=4$ , tapi bisa juga tidak terdefinisi di $x=4$ .	22
P	Nah itu. Kemudian apabila $r(x)$ terdefinisi di $x=4$ , kapan $r(x)$ akan kontinu di titik $x=4$	23
R22	Apabila $r(x)$ terdefinisi di $x=4$ , bernilai sama dengan 13.	24
P	Kenapa harus sama 13?	25
R22	Karena kalau $r(x)$ terdefinisi di $x=4$ dengan nilai $r(4) = 13$ , maka akan sama dengan nilai limit $r(x)$ untuk $x$ mendekati 4 yang bernilai 13. Sehingga hal tersebut berdampak bahwa $r(x)$ akan kontinu di $x=4$ .	26
P	Oke, lalu bagaimana jika $r(x)$ terdefinisi di $x=4$ , tetapi hasilnya tidak sama dengan 13?	27
R22	Maka $r(x)$ tidak kontinu di $x=4$ Pak. karena nilai limit $r(x)$ untuk $x$ mendekati 4 tidak sama dengan nilai $r(4)$ Pak.	28
P	Lalu bagaimana apabila $r(x)$ tidak terdefinisi di $x=4$ ?	29
R22	Jelas Pak, apabila $r(x)$ tidak terdefinisi di $x=4$ , maka $r(x)$ tidak akan kontinu di $x=4$ .	30
P	Jadi kesimpulannya bagaimana?	31
R22	Kesimpulan yaitu karena rumus fungsi $r(x)$ belum diketahui, maka $r(x)$ belum tentu kontinu di $x=4$ , karena $r(x)$ belum diketahui. Bisa saja $r(x)$ kontinu di $x=4$ , apabila $r(4)$ terdefinisi dan bernilai 13. Tetapi $r(x)$ diskontinu di $x=4$ apabila $r(4)$ tidak terdefinisi atau $r(4)$ terdefinisi tetapi tidak bernilai 13.	32

### 3. Jenjang Kemampuan Rendah

Responden untuk jenjang kemampuan rendah adalah R31 dan R32. Berikut ini adalah pekerjaan R31 dan R32:



Gambar 6. Jawaban R31 untuk Soal Nomor 3

Gambar 7. Jawaban R32 untuk Soal Nomor 3

Penggalan wawancara yang dilakukan dengan R31 dan R32 disajikan pada Tabel 9 dan Tabel 10 berikut.

Tabel 9. Penggalan Wawancara dengan R31

Subjek	Isi Percakapan	Baris
P	Ok, selanjutnya bagaimana dengan no 3 ini? Apa yang R31 pikirkan untuk menjawab permasalahan no 3 ini?	1
R31	Awalnya saya setelah membaca soalnya itu agak bingung ya Pak, karena nilai dari fungsi r itu tidak ada atau belum diketahui. Kemudian saya membaca yang ditanyakannya itu, kesimpulannya tentang benar atau tidak. Lalu saya mengingat bahwa suatu fungsi dikatakan kontinu apabila memenuhi 3 syarat.	2
P	Syarat apa saja?	3
R31	Yang pertama, limit r(a) nya ada. Kedua, limit x mendekati a dari fungsi r(a) nya juga ada atau terdefinisi. Lalu yang ketiga, limit r(x) nya harus sama dengan fungsi r(x) nya gitu Pak.	4
P	Lalu bagaimana selanjutnya?	5
R31	Karena saya melihat lim x mendekati 4 dengan r(x)=13, berarti r(a) nya itu 13 kan Pak. Maka untuk syarat yang pertama sudah jelas bahwa r(a) nya itu ada. Lalu syarat yang kedua juga terpenuhi karena nilai limitnya itu 13. Dan syarat yang ketiga juga saya memasukan limit r(x)=fungsi r(x) yaitu 13. Maka fungsi r(x) kontinu di x=4 itu benar.	6
P	Apakah ketika nilai limitnya 13, r(x) nya akan terdefinisi di x=4?	7
R31	Iya Pak.	8
P	Alasannya coba dijelaskan lagi?	9
R31	Karena yang tadi sudah saya sebutkan bahwa fungsi r(4) nya itu 13.	10
P	Kira-kira nilai r(4)=13 itu nemu dari mana?	11
R31	Saya melihat dari yang ini Pak.	12
P	Dari yang limit?	13
R31	Limit yang ini sama dengan r(a), berarti kan limit r(a) itu 13.	14
P	Sekarang yang syarat berikutnya bagaimana coba?	15
R31	Yang kedua karena saya melihatnya dari satu kesatuannya bahwa limitnya itu hasilnya 13, sehingga syarat yang kedua itu terpenuhi Pak.	16
P	Ooo. Karena nilai limitnya sama dengan 13 itu disoal sudah jelas ya?	17
R31	Iya Pak. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa r(x) kontinu di x=4.	18
P	Apakah R31 yakin dengan jawaban ini?	19
R31	Saya yakin Pak.	20
P	Oke, terus yang bagian b bagaimana?	21
R31	Kalau yang bagian b itu terdefinisi Pak. Kalau menurut saya yang terdefinisi itu tidak harus selalu kontinu. Tapi karena hasilnya itu r(4) nya sama dengan 13, dan tidak memuat per-nol Pak. Jadi terdefinisi, maka syarat pertama terpenuhi.	22
P	Pertanyaannya kan apabila limit r(x) dengan x mendekati 4 itu sama dengan 13, apakah r(x) terdefinisi untuk x=4?	23
R31	Menurut saya terdefinisi Pak, karena sudah jelas alasannya ini menggunakan nilai limitnya 13, maka sudah pasti r(4)=13.	24

**Tabel 10.** Penggalan Wawancara dengan R32

Subjek	Isi Percakapan	Baris
P	Ok, selanjutnya bagaimana dengan no 3 ini? Apa yang R32 pikirkan untuk menjawab permasalahan no 3 ini?	1
R32	Harus dicek dulu syarat dari kontinu dan terdefinisi ya Pak.	2
P	Syarat apa saja?	3
R32	Pertama, nilai $r(x)$ nya ada, kedua nilai limit $r(x)$ nya juga ada, dan ketiga nilai $r(x)$ sama dengan nilai limit $r(x)$ nya Pak.	4
P	Memangnya kalau menurut R32 yang dikatakan nilai $r(x)$ nya ada itu apa?	5
R32	$r(x)$ memiliki nilai Pak.tidak nol.	6
P	Tidak nol?	7
R32	Eh bukan Pak, tapi tidak nol per nol.	8
P	Kenapa memangnya kalau nol per nol?	9
R32	Tidak terdefinisi Pak.	10
P	Yakin? Bagaimana jika $2/0$ ?	11
R32	Itu juga tidak terdefinisi Pak.	12
P	Jadi yang disebut tidak terdefinisi itu $0/0$ atau $2/0$ ?	13
R32	Yang tidak terdefinisi itu suatu bilangan yang memiliki penyebutnya nol Pak.	14
P	Jadi nilai dari $r(x)$ untuk $x=4$ ada terdefinisi tidak?	15
R32	Terdefinisi Pak.	16
P	Berapa nilainya?	17
R32	Empat.	18
P	Kenapa 4?	19
R32	Kan $x=4$ Pak. maka $r(x)$ juga sama dengan 4.	20
P	Oke, kemudian kalau yang disebut dengan nilai limit $r(x)$ nya ada itu apa? Apakah memiliki nilai juga?	21
R32	Nilai $r(x)$ nya ada apabila nilai limit kiri sama dengna limit kanan Pak.	22
P	Lalu bagaimana dengan yang ada di soal. Disana tertulis Limit $x$ mendekati 4 untuk $r(x) = 13$ . Apakah limit $r(x)$ tersebut ada?	23
R32	Tidak ada, karena baru diketahui limit kanan atau limit untuk $x$ positifnya saja.	24
P	Jadi limit $r(x)$ nya tidak terdefinisi ya?	25
R32	Iya Pak.	26
P	Jadi kesimpulannya gimana? Apakah $r(x)$ kontinu di $x=4$ ?	27
R32	Karena $r(x)$ terdefinisi dan nilainya 4, sedangkan limit $r(x)$ tidak ada, maka saya sebutkan dua kemungkinan $r(x)$ dapat terdefinisi di titik $x=4$ Pak.	28
P	Kemungkinan gimana maksudnya?	29
R32	Iya Pak, $r(x)$ akan kontinu apabila $r(13)=4$ dan akan diskontinu jika $r(13)$ tidak sama dengan 4.	30
P	Kenapa yang dicari $r(13)$ . Kan yang ditanyakan $r(4)$ ?	31
R32	Kan untuk $r(4)$ nya tidak diketahui Pak.	32
P	Barusan R32 mengatakan bahwa nilai $r(x)$ nya ada yaitu 4, kenapa sekarang menyebutkannya tidak ada.	33
R32	$r(x)$ nya memang ada Pak yaitu 4, tapi untuk $r(13)$ belum diketahui.	34
P	Kenapa $r(13)$ yang dicari?	35
R32	Kan kalau limit $r(13)$ sudah ada Pak bernilai 4, kalau $r(13)$ yang belum ada. walaupun ada apakah $r(13)$ juga bernilai 4. Kalau sama bernilai 4, maka $r(x)$ kontinu.	36
P	Lalu untuk pertanyaan yang berkaitan dengan apakah $r(x)$ terdefinisi di $x=4$ bagaimana?	37
R32	Itu juga sama Pak, $r(x)$ bisa terdefinisi jika $r(13)=4$ dan tidak bisa terdefinisi jika $r(13)$ tidak sama dengan 4.	38

## **Pembahasan**

### ***Jenjang Kemampuan Tinggi***

#### **1. Langkah Awal**

Gambar 2 dan Gambar 3 menunjukkan bahwa R11 dan R12 mengawali penyelesaian soal dengan menguji kebenaran fungsi  $r(x)$  kontinu di  $x=4$  melalui syarat kekontinuan. Selain itu R11 juga menuliskan bahwa  $r(x)$  akan kontinu apabila  $r(x)$  merupakan fungsi yang berbentuk  $r(x) = x^2 - 4x + 13$ . Langkah ini menunjukkan pemahaman yang baik dari R11 terhadap apa yang diketahui pada soal dan mengetahui tujuan akhir yakni kapan  $r(x)$  kontinu di  $x=4$ . Jawaban R11 pada baris 2, 4, 6, dan 8 (Tabel 5) menunjukkan pemahaman yang baik terhadap langkah awal yang harus diambil dan tujuan akhir yang diminta oleh soal.

Jawaban R12 pada saat wawancara menguatkan bahwa mahasiswa dengan kemampuan bernalar tinggi telah memahami asumsi awal yang diberikan dari soal dan mengetahui tujuan akhir penyelesaian. Hal tersebut terungkap dalam penggalan wawancara dengan R12 (Tabel 6). R12 memahami dengan baik hal yang diketahui di soal untuk menentukan langkah awal penyelesaian. Hal ini terungkap dari pernyataan R12 pada baris ke-2 dan 4 yakni menguji kebenaran fungsi  $r(x)$  akan kontinu di  $x=4$  melalui syarat kekontinuan suatu fungsi kontinu di titik tertentu.

R11 dan R12 menunjukkan bahwa langkah awal yang dilakukan dapat menyelesaikan permasalahan yang diberikan. Hal ini sejalan dengan pendapat Widyastuti (2015) bahwa pemecahan masalah matematika siswa diawali dengan proses berpikir yang memuat ide atau langkah awal penyelesaian.

#### **2. Alur Penyelesaian**

R11 dan R12 menggunakan strategi penyelesaian yang baik, yakni dimulai dari mengolah apa yang telah diketahui dalam soal menuju ke hal yang harus dibuktikan. Alur penyelesaian ini terlihat runtut tanpa ada lompatan logika. Pemahaman terhadap alur penyelesaian ini tergambar dengan baik pada saat wawancara. R11 dan R12 menjawab dengan lancar dan tepat terkait penyelesaian yang dituliskan. Saat berpikir untuk menjawab pertanyaan cukup singkat, dan responden menjawab dengan tepat, sebagaimana yang tergambar dalam penggalan wawancara di atas.

Alur pekerjaan mahasiswa tampak runtut dari awal hingga akhir. Pada bagian akhir dari proses penyelesaian, mahasiswa menegaskan simpulannya sesuai dengan yang diminta oleh soal. Hal ini mencerminkan pemikiran yang utuh dari awal hingga akhir penyelesaian. Dengan demikian mahasiswa tersebut memiliki kemampuan penalaran kreatif dalam indikator *plausible* karena dapat mengemukakan argument yang masuk akal (Hershkowitz, Tabach, &

Dreyfus, 2017; Jonsson, Kulaksiz, & Lithner, 2016; Jonsson, Norqvist, Liljekvist, & Lithner, 2014; Lithner, 2014; Bhaird, Nolan, O'Shea, & Pfeiffer, 2017).

### **3. Konsep Terkait**

Konsep terkait yang perlu dipahami dalam menyelesaikan soal nomor 3 dengan baik adalah konsep kekontinuan dan fungsi. Mahasiswa yang termasuk kedalam kategori kemampuan bernalar tinggi dapat lebih memahami dan memanfaatkan dengan baik konsep-konsep terkait yang dibutuhkan dalam bernalar. Selain itu secara tertulis tampak bahwa mahasiswa menguasai konsep dengan sangat baik. Proses berpikir mahasiswa tersebut menunjukkan telah menghasilkan solusi berbeda antara satu dengan yang lain dalam konsep yang sama (Siswono, 2004).

Dalam penggalan wawancara (Tabel 5) tergambar dengan jelas pemahaman mahasiswa terhadap konsep-konsep yang terkait. Konsep-konsep tersebut dimanfaatkan dengan baik. Jawaban R11 pada baris ke-2 dan ke-6 (Tabel 5), menunjukkan bahwa mahasiswa memahami dengan baik konsep kekontinuan suatu fungsi pada titik tertentu. Pada baris ke-8 dan ke-14 (Tabel 5) menunjukkan pemahaman mahasiswa dalam melakukan penalaran terkait konsep nilai fungsi yang terdefinisi sehingga dapat menegaskan terkait pernyataan tentang kekontinuan suatu fungsi.

Berdasarkan hasil wawancara juga diperoleh informasi yang termuat pada baris ke-8, ke-12, dan ke-14. Dari informasi tersebut dapat disimpulkan bahwa pemahaman responden terkait konsep terkait sudah baik.

### **4. Kekeliruan Istilah Matematis**

Hasil proses bernalar yang dilakukan oleh mahasiswa pada kelompok tinggi ini telah menggunakan istilah matematis yang baik. Hal ini terlihat dari pernyataan-pernyataan yang dituliskan dengan tepat melalui urutan kalimat yang runtut, tanpa ada lompatan logika. Ekspresi berupa kata-kata, istilah dan simbol matematik disajikan dengan tepat (Sutini, 2019). Kata-kata penghubung yang tepat pada pergantian baris (langkah), menunjukkan bahwa proses bernalar yang dilakukan mahasiswa tersebut dalam menyelesaikan soal no 3 ini dapat diterima dalam jangkauan komunitas kelas.

## ***Jenjang Kemampuan Sedang***

### **1. Langkah Awal**

Gambar 4 dan 5 menunjukkan bahwa R21 dan R22 mengawali penyelesaian soal dengan menguji kebenaran fungsi  $r(x)$  kontinu di  $x=4$  melalui syarat kekontinuan. Namun R21 dan R22 menuliskan bahwa  $r(x)$  tidak kontinu di titik  $x=4$  dikarenakan  $r(x)$  belum

diketahui. R21 dan R22 yang berasal dari kelompok sedang tersebut tidak berpikir lanjut terkait kapan  $r(x)$  akan kontinu di titik  $x=4$ . Namun pada dasarnya mereka telah memahami konsep kekontinuan. Hal ini ditunjukkan dari pemahaman yang cukup baik dari R21 dan R22 terhadap apa yang diketahui pada soal.

Jawaban R21 pada baris ke-4 (Tabel 7) menunjukkan pemahaman yang cukup baik terhadap langkah awal penyelesaian walaupun R21 merasa kesulitan dalam memahami masalahnya karena terdapat kekurangan informasi yang diberikan (Hanifah, 2016; Hidayah, 2016; Irawati, 2015).

Jawaban R22 pada saat wawancara menguatkan bahwa mahasiswa dengan kemampuan bernalar sedang merasakan kesulitan dalam memahami lebih mendalam terkait penyelesaian soal yang diberikan, walaupun pada dasarnya telah memahami asumsi awal yang diberikan dari soal dan mengetahui cara dalam menyelesaikan permasalahan nomor 3 ini.

Berkaitan dengan langkah awal yang dilakukan oleh R22 telah benar, yaitu menguji syarat kekontinuan terhadap fungsi  $r(x)$  di  $x=4$ . Hal ini terungkap dari pernyataan R22 pada baris ke-2 dan ke-16 (Tabel 8) yakni menguji kebenaran fungsi  $r(x)$  akan kontinu di  $x=4$  melalui syarat kekontinuan suatu fungsi kontinu di titik tertentu. Selain itu mahasiswa tersebut memberikan hasil yang logis dan konstruktif serta melalui dukungan argumen yang masuk akal (Lithner, 2008).

## **2. Alur Penyelesaian**

R21 dan R22 menggunakan strategi penyelesaian yang cukup baik, yakni dimulai dari mengolah apa yang telah diketahui dalam soal menuju ke hal yang harus dibuktikan. Namun dalam penyelesaiannya terdapat alur penyelesaian yang hilang atau tidak runtut. Hal ini terlihat dari jawaban R21 dan R22 yang hanya berpikir berdasarkan asumsi yang diberikan saja. R21 dan R22 yang berasal dari kelompok sedang tersebut tidak mengkaji lebih jauh tentang tidak diberikannya informasi terkait rumus fungsi dari  $r(x)$ , sehingga mereka mengira dikarenakan  $r(x)$  tidak diketahui maka  $r(x)$  tidak terdefinisi. Padahal proses bernalar yang diharapkan itu adalah mahasiswa dapat memperkirakan kapan  $r(x)$  kontinu di titik  $x=4$ . Proses berpikir yang seperti itu akan membawa kepada alternatif solusi yang dapat meningkatkan kemampuan bernalar matematis mahasiswa.

Namun setelah diberikan pertanyaan untuk menggali pemahaman sebenarnya yang dimiliki oleh R21 dan R22, terlihat mereka sebenarnya telah memiliki kemampuan untuk melakukan proses berpikir memperkirakan kemungkinan jawaban. Berdasarkan penggalan wawancara terhadap R21 dan R22 (Tabel 7 dan Tabel 8) tersebut terlihat bahwa sebenarnya mereka dapat memahami dan menyelesaikan permasalahan yang diberikan pada soal nomor 3,

tetapi proses berpikirnya masih dalam konteks bernalar yang imitatif atau bernalar yang dilakukan berdasarkan penyelesaian yang biasa dilakukan. Hal ini menunjukkan bahwa siswa masih belum terbiasa mencari langkah penyelesaian yang baru serta memahami dan memprediksi permasalahan dan penyelesaian yang harus dilakukan (Hanifah, 2016; Hendriana, Prahmana, & Hidayat, 2018; Hidayah, 2016; Irawati, 2015).

### **3. Konsep Terkait**

Konsep terkait yang perlu dipahami dalam menyelesaikan soal nomor 3 dengan baik adalah konsep kekontinuan dan fungsi. Mahasiswa yang termasuk kedalam kategori kemampuan bernalar sedang pada dasarnya sudah dapat memahami dan memanfaatkan dengan baik konsep-konsep terkait yang dibutuhkan dalam bernalar, namun proses berpikir yang dilakukan oleh mahasiswa tersebut dalam mengkaitkan antar konsep perlu dilakukan stimulus terlebih dahulu. Hal ini terlihat dari wawancara dengan mahasiswa R21 dan R22 yang menggambarkan bahwa proses berpikirnya perlu dituntun sehingga memperoleh penyelesaian yang baik. Secara tertulis tampak bahwa mahasiswa menguasai konsep dengan baik namun perlu digali untuk memperoleh hasil pemikiran yang baik.

Dalam penggalan wawancara (Tabel 7) tergambar dengan jelas pemahaman mahasiswa terhadap konsep-konsep yang terkait. Konsep-konsep tersebut dimanfaatkan dengan baik. Jawaban R21 pada baris ke-4, 8, 13-28, yang menunjukkan bahwa mahasiswa memahami dengan baik konsep kekontinuan suatu fungsi pada titik tertentu.

### **4. Kekeliruan Istilah Matematis**

Hasil proses bernalar yang dilakukan oleh mahasiswa pada kelompok sedang ini telah menggunakan istilah matematis dengan baik. Hal ini terlihat dari pernyataan-pernyataan yang dituliskan dengan tepat melalui urutan kalimat yang runtut, tanpa ada lompatan logika. Ekspresi berupa kata-kata, istilah dan simbol matematik disajikan dengan tepat (Sutini, 2019). Kata-kata penghubung yang tepat pada pergantian baris (langkah), menunjukkan bahwa proses bernalar yang dilakukan mahasiswa tersebut dalam menyelesaikan soal no 3 ini dapat diterima dalam jangkauan komunitas kelas.

## ***Jenjang Kemampuan Rendah***

### **1. Langkah Awal**

Gambar 6 dan 7 menunjukkan bahwa R31 dan R32 mengawali penyelesaian soal dengan menguji kebenaran fungsi  $r(x)$  kontinu di  $x=4$  melalui syarat kekontinuan, namun terdapat kekeliruan dari proses berpikir yang dilakukan sehingga memperoleh kesalahan

hasilnya. Hal ini menunjukkan bahwa pemahaman yang dimiliki R31 dan R32 kurang baik terhadap apa yang diketahui pada soal.

Jawaban R31 pada baris ke-4 (Tabel 9) menunjukkan pemahaman yang cukup baik terhadap langkah awal penyelesaian. Namun apabila dilihat pada baris ke-6, R31 terlihat tidak menguasai konsep terkait fungsi. R31 menyebutkan bahwa karena  $\lim_{x \rightarrow 4} r(x) = 13$ , berarti  $r(4)=13$ . Hal inilah yang menyebabkan R31 dianggap tidak memahami konsep terkait fungsi.

Jawaban R32 pada saat wawancara mendukung pernyataan bahwa mahasiswa dengan kemampuan bernalar rendah akan merasakan kesulitan dalam memahami lebih mendalam terkait penyelesaian soal yang diberikan, walaupun pada dasarnya telah memahami asumsi awal yang diberikan dari soal dan mengetahui cara mengawali penyelesaian.

Berkaitan dengan langkah awal yang dilakukan oleh R22 telah benar, yaitu menguji syarat kekontinuan terhadap fungsi  $r(x)$  di  $x=4$ . Hal ini terungkap dari pernyataan R32 pada baris ke-2 dan ke-4 yakni menguji kebenaran fungsi  $r(x)$  akan kontinu di  $x=4$  melalui syarat kekontinuan suatu fungsi kontinu di titik tertentu.

## 2. Alur Penyelesaian

R31 dan R32 menggunakan strategi penyelesaian yang kurang baik, yakni dimulai dari mengolah apa yang telah diketahui dalam soal menuju ke hal yang harus dibuktikan. Namun dalam penyelesaiannya terdapat alur penyelesaian yang salah dikarenakan kesalahan konsep yang dilakukan oleh R31 dan R32 sehingga penyelesaian menjadi tidak runtut. Hal ini terlihat dari jawaban R31 yang menyatakan bahwa nilai  $r(x)$  itu sama dengan 13, padahal rumus fungsi  $r(x)$  nya belum diketahui. Selain itu R32 juga melakukan kesalahan berpikir dikarenakan ketidaktahuan akan konsep fungsi. R32 menyatakan bahwa nilai  $r(x) = 4$ , dikarenakan  $x=4$ . Selain itu R32 juga menyatakan bahwa nilai limit dari  $\lim_{x \rightarrow 4} r(x)$  tidak ada, padahal sudah jelas bahwa nilai dari  $\lim_{x \rightarrow 4} r(x) = 13$ .

Berdasarkan penggalan wawancara terhadap R31 dan R32 (Tabel 9 dan Tabel 10) terlihat bahwa jelaslah mereka belum dapat memahami dan menyelesaikan permasalahan yang diberikan pada soal nomor 3. Kesalahan yang dialami oleh R31 dan R32 adalah belum memahami dengan baik terkait konsep fungsi dan kekontinuan suatu fungsi di titik tertentu.

## 3. Konsep Terkait

Konsep terkait yang perlu dipahami dalam menyelesaikan soal nomor 3 dengan baik adalah konsep kekontinuan dan fungsi. Mahasiswa yang termasuk kedalam kategori kemampuan bernalar rendah belum dapat memahami dan memanfaatkan konsep fungsi serta mengimplementasikannya pada konsep kekontinuan suatu fungsi pada titik tertentu. Hal ini

terlihat dari wawancara dengan mahasiswa R21 dan R22 yang menggambarkan bahwa proses berpikirnya yang tidak logis sehingga memperoleh hasil yang tidak baik. Secara tertulis tampak bahwa mahasiswa tidak menguasai konsep dengan baik.

Dalam penggalan wawancara (Tabel 9 dan Tabel 10) tergambar dengan jelas pemahaman mahasiswa terhadap konsep-konsep yang terkait. Konsep-konsep tersebut tidak dipahami dengan baik. Jawaban R31 pada baris ke-6, ke-10, ke-12, dan ke-24 menunjukkan bahwa mahasiswa tidak memahami dengan baik konsep fungsi. Selain itu kesalahan konsep yang dimiliki oleh R32 juga ditemukan pada baris ke-20, ke-24, ke-28, ke-34, dan ke-38. Hal tersebut menunjukkan bahwa mahasiswa yang tergolong kedalam kategori rendah dalam bernalar dapat disimpulkan belum dapat memahami konsep terkait dengan baik. Hal ini juga sejalan dengan yang disampaikan Widodo (2013) bahwa dalam memecahkan permasalahan matematika perlu pemahaman yang komprehensif tentang konsep-konsep yang terkait.

#### **4. Kekeliruan Istilah Matematis**

Hasil proses bernalar yang dilakukan oleh mahasiswa pada kelompok rendah ini telah terjadi kesalahan dalam hal menuliskan istilah matematis. Pernyataan yang dituliskan oleh R31 dan R32 memberikan kekeliruan makna dalam memahami penyelesaian yang telah dilakukannya. Hal ini menunjukkan bahwa bahwa proses bernalar yang dilakukan mahasiswa pada kelompok rendah tersebut kurang bermakna serta sukar diterima oleh komunitas kelas. Alasan lain yang mendukung pernyataan bahwa mahasiswa pada kelompok rendah masih belum dapat memahami dan menuliskan istilah matematis.

Dalam penggalan wawancara tersebut pada baris ke-6 (Tabel 9), terlihat bahwa R31 mengemukakan bahwa “nilai  $\lim x$  mendekati 4 dengan  $r(x)=13$ , berarti  $r(a)$  nya itu 13”. Hal yang serupa juga dilakukan oleh R32 yang ditemukan pada baris ke-20 mengemukakan bahwa “apabila  $x=4$ , maka sudah pasti  $r(x) = 4$ ”. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa dengan kategori bernalar yang rendah belum dapat memahami dan menuliskan istilah matematis (Hanifah, 2016; Hendriana, Prahmana, & Hidayat, 2018; Hidayah, 2016; Irawati, 2015; Sutini, 2019).

#### **Simpulan**

Temuan yang diperoleh dari penelitian ini adalah kualitas penalaran kreatif dapat ditentukan berdasarkan 4 kategori yakni: (1) langkah awal, (2) alur penyelesaian, (3) konsep terkait, dan (4) kekeliruan istilah matematis. Berdasarkan keempat kategori tersebut, kemampuan penalaran kreatif mahasiswa yang diklasifikasikan ke dalam 3 level (tinggi, sedang, rendah) kecenderungan memiliki ciri-ciri bahwa Mahasiswa dengan kemampuan

penalaran kreatif level tinggi kecenderungan memuat ciri-ciri: (a) Mampu mengidentifikasi dan memprediksi kemungkinan jawaban dari asumsi atau hal yang diketahui dalam pernyataan serta memanfaatkannya dengan tepat untuk menentukan langkah awal penyelesaian; (b) Mampu menggunakan strategi penyelesaian dengan jelas yang mencerminkan alur berpikir yang runtut, sesuai dengan strategi penyelesaian yang digunakan; (c) Memahami semua konsep terkait yang diperlukan secara utuh dan memanfaatkan konsep terkait tersebut dengan baik dan tepat; serta (d) Mampu menggunakan istilah matematis dengan tepat.

Selain itu Mahasiswa dengan kemampuan penalaran kreatif level sedang kecenderungan memiliki ciri-ciri: (a) Mampu mengidentifikasi asumsi atau hal yang diketahui dalam pernyataan, namun belum dapat memanfaatkannya dengan tepat, serta belum mampu memprediksi kemungkinan jawaban dalam menentukan langkah awal penyelesaian; (b) Belum dapat menggunakan strategi penyelesaian dengan jelas, dikarenakan alur berpikir yang kurang runtut dalam proses penyelesaian; (c) Memahami sebagian konsep terkait yang diperlukan, serta sering mengalami ketidakakuratan dalam memanfaatkan konsep terkait dengan baik; dan (d) Mampu menggunakan istilah matematis dengan cukup baik.

Hal ini juga terjadi pada mahasiswa dengan kemampuan penalaran level rendah kecenderungan memiliki ciri-ciri: (a) Belum mampu mengidentifikasi dan memprediksi kemungkinan jawaban dari asumsi atau hal yang diketahui dalam pernyataan serta memanfaatkannya dengan tepat untuk menentukan langkah awal penyelesaian; (b) Mengalami kesalahan atau ketidakmampuan dalam memilih strategi penyelesaian, dikarenakan alur berpikir yang tidak runtut ditandai dengan terdapatnya lompatan logika; (c) Belum menguasai konsep-konsep terkait yang diperlukan dalam menyelesaikan permasalahan; dan (d) Belum dapat menggunakan istilah matematis dengan baik.

## Referensi

- Arends, R. I. (2006). Performance assessment in perspective: history, opportunities, and challenges. *Assessing Teacher Performance: Performance-Based Assessment in Teacher Education*, 3–22.
- Bergqvist, E. (2007). Types of reasoning required in university exams in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 26(4), 348–370. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.11.001>.
- Bergqvist, T., & Lithner, J. (2012). Mathematical reasoning in teachers' presentations. *Journal of Mathematical Behavior*, 31(2), 252–269. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.12.002>.
- Bhaird, C. M., Nolan, B. C., O'Shea, A., & Pfeiffer, K. (2017). A study of creative reasoning opportunities in assessments in undergraduate calculus courses. *Research in*

- Mathematics Education*, 19(2), 147–162.  
<https://doi.org/10.1080/14794802.2017.1318084>.
- Bowen, G. A. (2006). Grounded theory and sensitizing concepts. *International Journal of Qualitative Methods*, 5(3), 12–23. <https://doi.org/10.1177/160940690600500304>.
- Castle, S., Arends, R. I., & Rockwood, K. D. (2008). Student learning in a professional development school and a control school. *Professional Educator*, 32(1), 1–15.
- Cresswell, J. W. (2010). *Research design pendekatan kuantitatif, kualitatif dan mixed edisi ketiga*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- Hanifah, A. I. (2016). Analisis kesalahan siswa dilihat dari skema dalam menyelesaikan masalah matematika. *Jurnal Reforma*, 4(1), 30-41. <https://doi.org/10.30736/rfma.v4i1.9>.
- Hendriana, H., Prahmana, R. C. I., & Hidayat, W. (2018). Students' performance skills in creative mathematical reasoning. *Infinity Journal*, 7(2), 83-96. <https://doi.org/10.22460/infinity.v7i2.p83-96>.
- Hershkowitz, R., Tabach, M., & Dreyfus, T. (2017). Creative reasoning and shifts of knowledge in the mathematics classroom. *ZDM - Mathematics Education*, 49(1), 25–36. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0816-6>.
- Hidayah, S. (2016). Analisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal cerita SPLDV berdasarkan langkah penyelesaian Polya. *Jurnal Pendidikan*, 1(2), 182-190. <https://doi.org/10.26594/jmpm.v1i2.582>.
- Hidayat, W. (2017). Adversity quotient dan penalaran kreatif matematis siswa SMA dalam pembelajaran Argument Driven Inquiry pada materi turunan fungsi. *KALAMATIKA Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(1), 15–28. <https://doi.org/10.22236/KALAMATIKA.vol2no1.2017pp15-28>.
- Hidayat, W., Herdiman, I., Aripin, U., Yuliani, A., & Maya, R. (2018). Adversity Quotient (AQ) dan penalaran kreatif matematis mahasiswa calon guru. *Jurnal Elemen*, 4(2), 230-242. <https://doi.org/10.29408/jel.v4i2.701>.
- Irawati, S. (2015). Analisis kesalahan mahasiswa calon guru matematika dalam memecahkan masalah program linier. *Sigma*, 1(1), 29-34.
- Jones, M., & Alony, I. (2011). Guiding the use of grounded theory in doctoral studies - an example from the Australian film industry. *International Journal of Doctoral Studies*, 6, 95–114. <https://doi.org/10.28945/1429>.
- Jonsson, B., Kulaksiz, Y. C., & Lithner, J. (2016). Creative and algorithmic mathematical reasoning: effects of transfer-appropriate processing and effortful struggle. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(8), 1206–1225. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2016.1192232>.
- Jonsson, B., Norqvist, M., Liljekvist, Y., & Lithner, J. (2014). Learning mathematics through algorithmic and creative reasoning. *Journal of Mathematical Behavior*, 36, 20–32. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2014.08.003>.
- Kasmer, L., & Kim, O. K. (2011). Using prediction to promote mathematical understanding and reasoning. *School Science and Mathematics*, 111(1), 20–33. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2010.00056.x>.
- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255–276. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2>.
- Lithner, J. (2014). Mathematical reasoning in task solving. *Educational Studies in Mathematics*, 41(2). <https://doi.org/10.1007/s13398-014-0173-7.2>.
- Lithner, J. (2017). Principles for designing mathematical tasks that enhance imitative and creative reasoning. *ZDM*, 49, 937–949. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0867-3>.
- Munandar, U. (2009). *Pengembangan kreativitas anak berbakat*. Jakarta: Rineka Cipta.

- Siswono, T. Y. E. (2004). Identifikasi proses berpikir kreatif siswa dalam pengajuan masalah (problem posing) matematika berpandu dengan model Wallas dan Creative Problem Solving (CPS). *Buletin Pendidikan Matematika*, 6(2), 1–16.
- Siswono, T. Y. E., & Novitasari, W. (2007). Meningkatkan kemampuan berpikir kreatif siswa melalui pemecahan masalah tipe What's Another Way. *Jurnal Transformasi*, 1(1), 1-13.
- Sutini, S. (2019). Kemampuan metakognitif dan komunikasi matematis dalam pemecahan masalah matematika. *Jurnal Review Pembelajaran Matematika*, 4(1), 32-47.
- Widodo, S. A. (2013). Analisis kesalahan dalam pemecahan masalah divergensi tipe membuktikan pada mahasiswa matematika. *Jurnal pendidikan dan pengajaran*, 46(2), 106-113.
- Widyastuti, R. (2015). Proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah matematika berdasarkan teori Polya ditinjau dari adversity quotient tipe climber. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(2), 183-194.