KPJ 9(2) (2025)

KAPPA JOURNAL
Physics & Physics Education

https://e-journal.hamzanwadi.ac.id/index.php/kpj/index

Pemanfaatan GeoGebra untuk Simulasi Fenomena Partikel dalam Sumur Potensial Kuantum

Elisabeth Pratidhina[1*], Adetyas Pretty Grahadiana Putri Ardiansyah[2], Herwinarso[3], Anthony Wijaya
[1,3,4]Prodi Pendidikan Fisika, Universitas Katolik Widya Mandala Surabaya, Indonesia
[1,2,3,4]Prodi Pendidikan Profesi Guru, Universitas Katolik Widya Mandala Surabaya, Indonesia

Received: 18 July 2025
Revised: 22 August 2025
Accepted: 31 August 2025

Corresponding Author:
Elisabeth Pratidhina
elisa.founda@ukwms.ac.id

DOI:
https://doi.org/10.29408/kpj.v9i2.31672

Abstract: Quantum physics is one of the most difficult subjects for students to grasp because its concepts are abstract and advanced mathematical skills are required. A major challenge is the limited availability of learning media that can connect mathematical models with physical interpretation, it makes a development of appropriate learenergning media is important. This study aims to develop a simulation using GeoGebra to visualize phenomenon of a particle in an infinite potential well so that students can better understand wave functions and particle probabilities concepts. The study method involved analytically solving the particle model in the infinite potential well. Based on the analytical solution, a simulation was designed using the plotting and slider features in GeoGebra to display the wave function $\psi_n(x)$ and probability density P = $|\psi_n(x)|^2$. The results show variations of wave functions according to quantum numbers and probability distributions of particles at each energy level. This study indicates that GeoGebra-based simulations can effectively bridge mathematical modelling and physical interpretation. Through interactive visualization, students are expected to gain a clearer understanding of quantum phenomena.

Keywords: Quantum physics; simulation; GeoGebra; infinite potential well.

Pendahuluan

Fisika kuantum merupakan materi yang sulit dipahami mahasiswa karena konsep yang dipelajari bersifat abstrak, sangat mikroskopik, dan tidak dapat diamati langsung oleh indera. Tidak seperti mekanika klasik yang dapat diamati sehari-hari, fenomena kuantum tidak memiliki analogi nyata dalam pengalaman sehari-hari. Konsep-konsep seperti fungsi gelombang, superposisi, *entanglement*, dan dualitas gelombang-partikel sangat abstrak dan sering kali sulit divisualisasikan oleh mahasiswa.

Fisika kuantum banyak menggunakan matematika tingkat lanjut seperti kalkulus diferensial, bilangan kompleks, fungsi gelombang, operator Hermitian, hingga integral Fourier. Mahasiswa dengan kemampuan matematis rendah biasanya kesulitan mengikuti alur penurunan persamaan hingga interpretasi fisiknya. Studi oleh Taber (2021) menunjukkan bahwa mahasiswa kesulitan menghubungkan persamaan matematis dengan fenomena fisika yang diwakilinya. Kesulitan tersebut menyebabkan rendahnya pemahaman konseptual serta berkurangnya motivasi dalam pembelajaran fisika kuantum. Pembelajaran tradisional biasanya berfokus pada ceramah dan perhitungan matematis. Hal ini membuat mahasiswa pasif dan sulit memvisualisasikan konsep abstrak Pembelajaran tradisional yang mengandalkan ceramah dan perhitungan matematis juga sering kali membuat siswa kehilangan minat dan motivasi (Singh & Marshman, 2015).

Pada beberapa studi, ditunjukkan bahwa media pembelajaran berbasis komputer, seperti simulasi komputer meningkatkan pemahaman siswa terhadap konsep fisika yang abstrak, seperti misalnya pada teori kinetik gas (Pratidhina et al., 2019; Gusmida & Islami, 2017). Simulasi fisika yang ada sayangnya seringkali

How to Cite:
Pratidhina, E., Ardiansyah, A. P. G. P., Herwinarso, H., & Wijaya, A. (2025). Pemanfaatan GeoGebra untuk Simulasi Fenomena Partikel dalam Sumur Potensial Kuantum. *Kappa Journal, 9*(2), 284-290. https://doi.org/10.29408/kpj.v9i2.31672

bersifat statis atau tidak memungkinkan siswa untuk memanipulasi variabel secara langsung, sehingga interaktivitasnya terbatas (Perkins, 2016). Simulasi yang ada terbatas pada skenario tertentu dan kurang memberikan fleksibilitas bagi siswa untuk mengeksplorasi konsep secara mendalam (Wieman & Adams, 2020). Ketersediaan media pembelajaran untuk materi fisika kuantum sendiri masih sangat terbatas. Padahal dengan sifat fisika kuantum yang kompleks, tanpa bantuan representasi visual, mahasiswa akan sulit menghubungkan solusi analitik dengan interpretasi fisis. Dengan demikian, diperlukan media yang lebih interaktif dan fleksibel untuk memenuhi kebutuhan pembelajaran fisika kuantum.

Dalam beberapa tahun terakhir, upaya untuk mengembangkan media pembelajaran berbasis teknologi telah dilakukan untuk mengatasi keterbatasan pendekatan tradisional. Penelitian menunjukkan bahwa visualisasi interaktif mampu membantu siswa memahami konsep-konsep abstrak dalam fisika secara umum dengan lebih baik (Perkins, 2016). Salah satu perangkat lunak yang menjanjikan untuk mendukung pembelajaran dengan visualisasi interaktif adalah GeoGebra. GeoGebra merupakan sebuah platform aplikasi matematika dinamis yang mendukung representasi visual dan manipulasi interaktif (Hohenwarter, 2022). Selama ini, GeoGebra banyak digunakan dalam pembelajaran matematika, seperti geometri dan persamaan grafik (Langi et al., 2024).

GeoGebra memiliki potensi untuk menyajikan visualisasi yang dinamis dan interaktif. Aplikasi ini memungkinkan plotting fungsi matematis secara *real-time*, perubahan parameter dapat langsung divisualisasikan pada grafik. Dengan potensi fitur yang dimiliki oleh GeoGebra, diharapkan GeoGebra dapat menjembatani representasi matematis dengan interpretasi fisis. GeoGebra juga mudah diakses karena sifatnya yang *open-source* dan tidak memerlukan kemampuan pemrograman, sehingga juga dimungkinkan mahasiswa dengan beragam latar belakang kemampuan teknologi dapat aktif mengonstruksi media pembelajaran untuk memperkuat pemahaman mereka. GeoGebra telah dimanfaatkan sebagai media pembelajaran untuk topik-topik fisika klasik (Solvang & Haglund, 2021; Arjana & Suastra, 2022) dan hasilnya efektif. Namun, penerapannya dalam fisika kuantum masih sangat terbatas.

Gagasan mengembangkan media pembelajaran berbasis GeoGebra didasarkan pada teori konstruktivisme, yang menyatakan bahwa pembelajaran akan lebih efektif jika siswa terlibat secara aktif dalam proses belajar (Masgumelar & Mustafa, 2021; Lathifah et al., 2024; Mintzes, 2020). Dengan menggunakan GeoGebra, mahasiswa dapat secara langsung memanipulasi parameter dan melihat hasilnya dalam waktu nyata, sehingga mereka tidak hanya menjadi penerima informasi, tetapi juga aktif dalam membangun pemahaman konseptual mereka.

Artikel ini membahas tentang penggunaan GeoGebra untuk menunjukkan salah satu topik dalam fisika kuantum yang dikenalkan di tingkat universitas, yaitu fungsi gelombang dan fungsi probabilitas partikel yang berada pada sumur potensial tak hingga. Dengan menggunakan GeoGebra fungsi gelombang dapat divisualisasikan sehingga membantu mahasiswa dalam menginterpretasikan persamaan matematis yang diperoleh dari penurunan analitik.

Metode

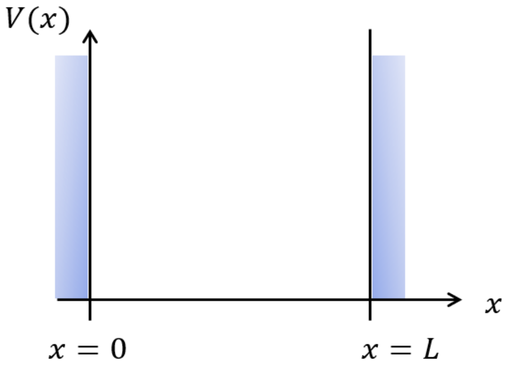
Model partikel dalam sumur potensial tak hingga diselesaikan secara analitik hingga diperoleh penyelesaian fungsi gelombang. Fungsi gelombang partikel dalam potensial sumur tak hingga kemudian divisualisasikan dengan memanfaatkan aplikasi GeoGebra. GeoGebra memiliki fitur untuk plotting persamaan yang dapat dimanfaatkan untuk memvisualisasikan beragam kemungkinan solusi sesuai dengan persamaan fungsi gelombang partikel. Fitur slider pada GeoGebra dimanfaatkan untuk memberikan opsi pengguna mengubah variable. Terdapat dua visualisasi yang dibuat yaitu persamaan gelombang partikel $\psi_n(x)$ dan rapat probabilitas $P = |\psi_n(x)|^2$.

Hasil dan Pembahasan

Model Partikel dalam Potensial Sumur Tak Berhingga

Dalam model potensial sumur tak berhingga, partikel terperangkap di daerah tertentu $(0 \leq x \leq L)$ dikarenakan adanya potensial yang diberikan oleh persamaan berikut:

$$V(x) = \begin{cases} 0, & jika\ 0 \leq x \leq L \\ \infty, & lainnya \end{cases} \quad (1)$$



Gambar 1. Gambaran model sumur potensial tak berhingga

Gambar 1 menunjukkan model sumur potensial tak berhingga. Daerah ini dibatasi oleh potensial yang sangat besar $V = \infty$, pada $x \leq 0$ dan $x \geq L$, sehingga di luar sumur tidak ada kemungkinan menemukan partikel, atau sama saja fungsi gelombang di luar sumur adalah nol $\psi(x) = 0$. Di dalam daerah sumur, $0 \leq x \leq$, dimana potensial $V = 0$, persamaan Schrodinger tak bergantung waktu menjadi:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi \qquad (2)$$

atau

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -k^2\psi, \qquad \text{dimana } k \equiv \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \qquad (3)$$

Solusi umum dari persamaan diferensial di atas adalah:

$$\psi(x) = c_1 \sin kx + c_2 \cos kx \qquad (4)$$

Sifat kontinuitas fungsi gelombang mensyaratkan:

$$\psi(0) = \psi(L) = 0$$

$$\psi(0) = c_1 \sin 0 + c_2 \cos 0 = c_2$$

Maka $c_2 = 0$, sehingga

$$\psi(x) = c_1 \sin kx$$

Karena $\psi(0) = \psi(L) = 0$ dan c_1 tidak mungkin nol agar fungsi gelombang tetap ada, maka $\sin(k.0) = \sin(kL) = 0$. Hal tersebut dipenuhi untuk:

$$kL = 0, \pm\pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi, \ldots$$

Secara umum,

$$k_n = \frac{n\pi}{L}, \quad dengan\, n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (5)$$

Bila persamaan (5) digabung dengan persamaan (3), maka diperoleh persamaan energi:

$$E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2mL^2} \qquad (6)$$

Variabel n adalah bilangan kuantum yang menentukan tingkat energi yang dimiliki oleh partikel. Dengan syarat normalisasi fungsi gelombang maka diperoleh:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$$

$$\int_0^a |c_1|^2 \sin^2(kx) dx = |c_1|^2 \frac{L}{2} = 1, \quad \text{sehingga } c_1 = \sqrt{\frac{2}{L}} \qquad (7)$$

Dengan demikian, diperoleh persamaan gelombang partikel dalam sumur potensial tak hingga berikut:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \qquad (8)$$

Probabilitas menemukan partikel pada daerah tertentu $(a \leq x \leq b)$ dalam sumur potensial tak hingga adalah:

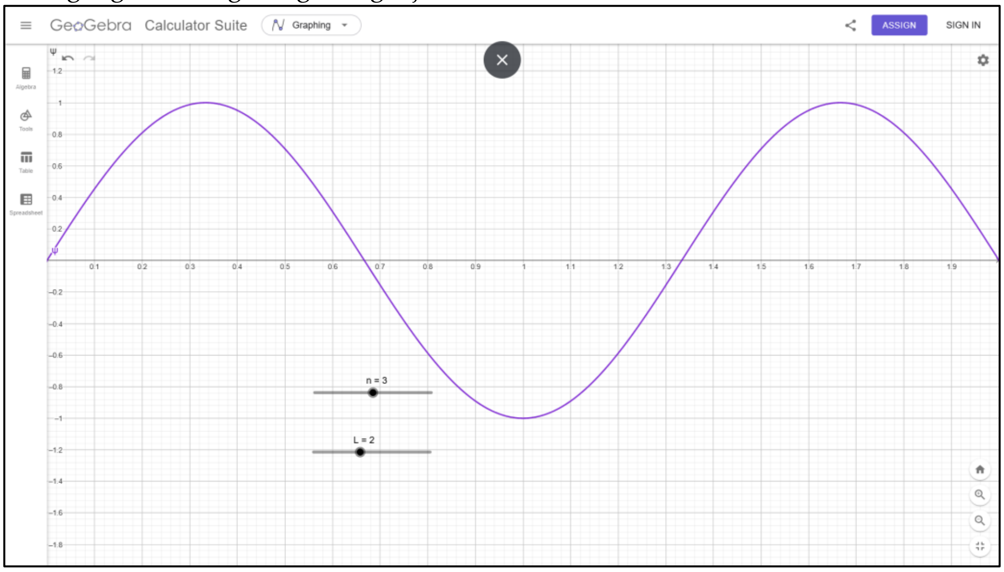
$$Prob = \int_a^b |\psi_n|^2 dx \qquad (9)$$

Simulasi GeoGebra

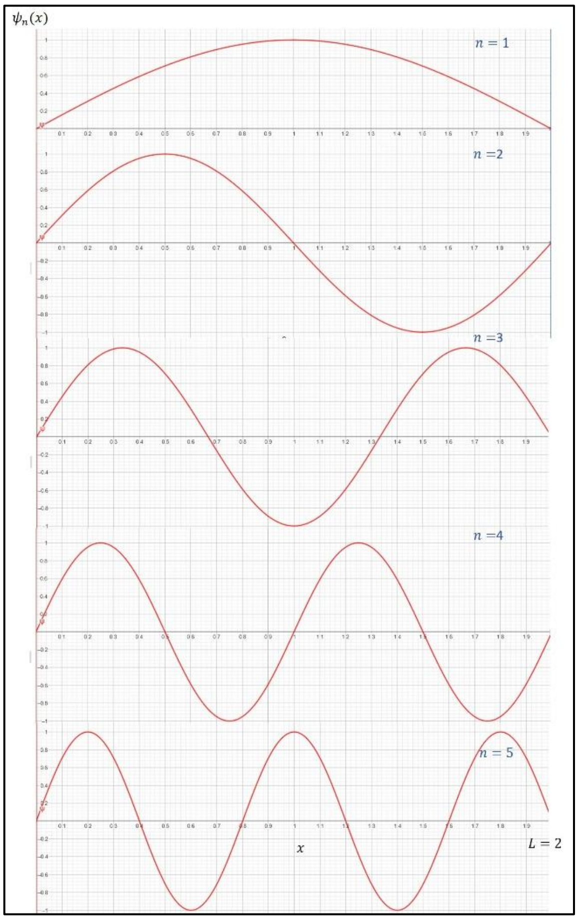
Model hipotetikal partikel dalam sumur potensial tak hingga biasa dibahas dalam mata kuliah fisika kuantum di tingkat sarjana untuk memberikan penggambaran fenomena kuantum yang berbeda dengan teori klasik. Pada pendekatan fisika klasik, partikel yang terkurung dalam kotak yang besar dapat bergerak dengan kecepatan berapapun dalam kotak dan dapat berada di posisi mana pun dalam kotak. Namun, ketika ukuran kotak menjadi sangat kecil dan mencapai orde nanometer, efek kuantum menjadi penting. Partikel hanya akan memiliki tingkat energi tertentu, ini kontras dengan pada kasus fisika klasik dimana energi dapat bernilai sembarang (Griffiths, 2018). Partikel juga cenderung mungkin berada pada posisi tertentu bergantung pada tingkat energinya.

Simulasi sederhana telah dikembangkan untuk memvisualisasikan fungsi gelombang dan rapat probabilitas partikel dalam sumur potensial tak hingga dengan memanfaatkan aplikasi GeoGebra. Gambar 2 menyajikan tampilan simulasi GeoGebra untuk fungsi gelombang partikel dalam sumur potensial tak hingga, yang sesuai dengan hasil penyelesaian analitik pada persamaan (8). Pada simulasi ini, pengguna dapat mengubah bilangan kuantum n dan lebar sumur potensial L melalui fitur *slider* yang disertakan. Dengan adanya simulasi ini, mahasiswa akan lebih mudah menginterpretasikan persamaan hasil penyelesaian analitik pada sistem partikel dalam sumur potensial tak hingga. Fungsi gelombang untuk beberapa variasi n ditampilkan pada Gambar 3. Fungsi gelombang di luar sumur potensial sama dengan nol, sementara di dalam sumur fungsi gelombang berosilasi bergantung pada keadaan partikel.

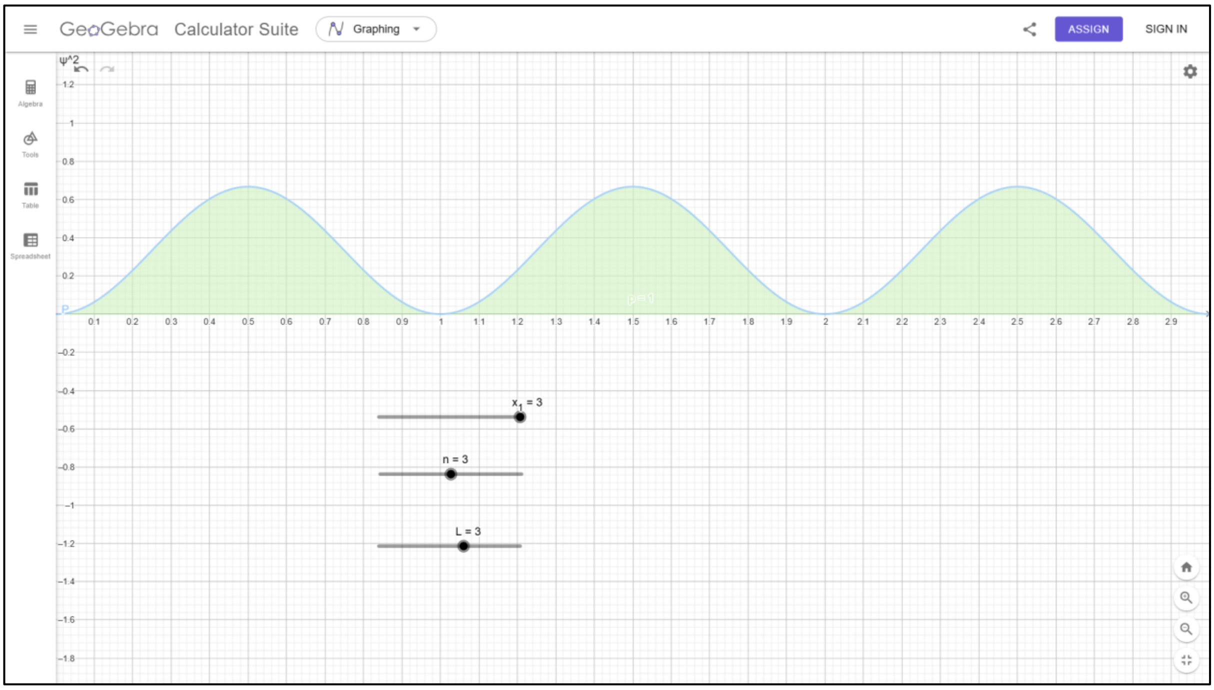
Berdasarkan visualisasi pada Gambar 3, dapat diidentifikasi bahwa ψ_1 memiliki 0 titik nodal, ψ_2 memiliki 1 titik nodal, ψ_3 memiliki 2 titik nodal, ψ_4 memiliki 3 titik nodal, dan ψ_5 memiliki 4 titik nodal. Dari visualisasi tersebut dapat disimpulkan bahwa terdapat pola untuk fungsi gelombang dengan n ganjil akan terdapat jumlah titik nodal genap, sedangkan fungsi gelombang dengan n genap akan terdapat jumlah titik nodal ganjil. Titik nodal ini nantinya berkaitan dengan probabilitas menemukan partikel pada titik tertentu dalam sumur potensial.



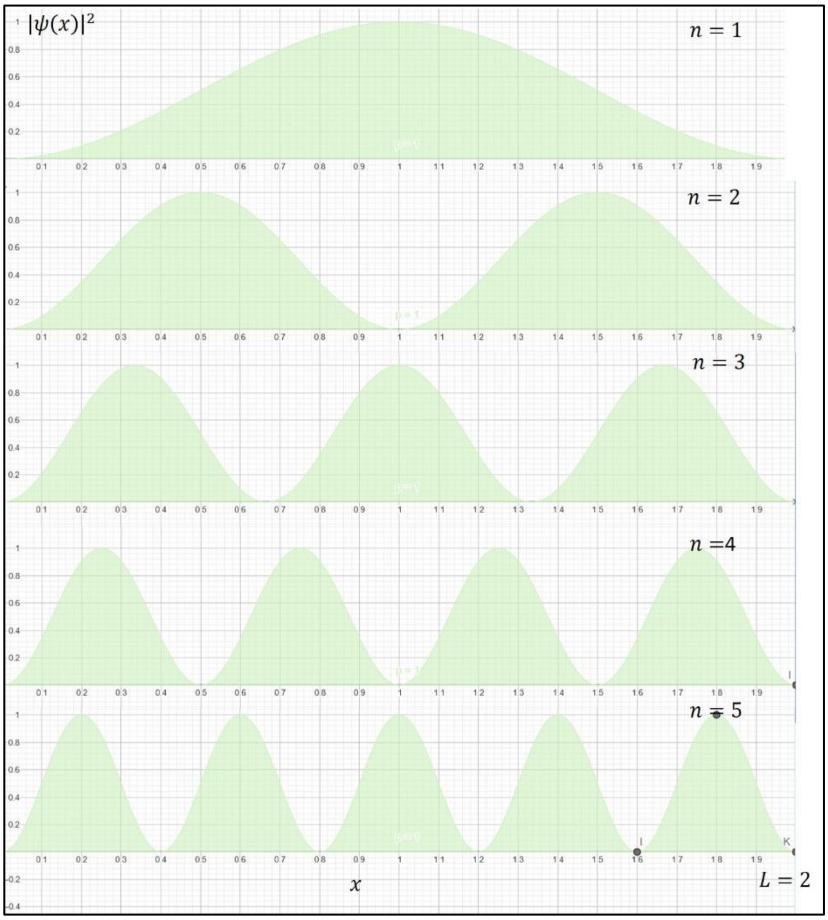
Gambar 2. Tampilan simulasi GeoGebra untuk fungsi gelombang partikel dalam sumur potensial tak hingga.



Gambar 3. Hasil visualisasi fungsi gelombang



Gambar 4. Tampilan Simulasi GeoGebra untuk fungsi probabilitas pada system partikel dalam sumur potensial tak hingga



Gambar 5. Hasil visualisasi rapat probabilitas

Gambar 4 menunjukkan simulasi untuk rapat probabilitas. Probabilitas menemukan partikel di tiap titik pada sumur potensial beragam bergantung pada tingkat energi (bilangan kuantum, n). Untuk partikel dengan tingkat energi dasar ($n = 1$), probabilitas paling besar menemukan partikel adalah di titik tengah sumur ($x = \frac{1}{2}L$) . Untuk Tingkat eksitasi pertama ($n = 2$), probabilitas paling besar menemukan partikel adalah pada $x = \frac{1}{4}L$ dan $x = \frac{3}{4}L$, sementara pada titik tengah ($x = \frac{1}{2}L$), probabilitasnya adalah nol. Seperti ditampilkan pada Gambar 5, tingkat energi yang berbeda memiliki titik-titik tertentu dimana partikel tidak mungkin ditemukan keberadaannya. Hal ini merupakan salah satu efek kuantum yang membedakan dengan teori klasik (Krane, 2019). Interpretasi fungsi probabilitas ini dapat diperoleh dengan lebih mudah menggunakan visualisasi yang ditampilkan pada simulasi GeoGebra.

Implementasi Strategis dalam Pembelajaran

Simulasi GeoGebra sederhana ini dapat dimasukkan dalam pembelajaran di kelas ketika mendiskusikan tentang model partikel dalam sumur potensial tak hingga. Pengajar dapat memulai dengan pemodelan matematis dan penyelesaian analitik kemudian simulasi GeoGebra ini dapat digunakan untuk memvisualisasikan persamaan yang diperoleh dari penyelesaian analitik. Dalam skenario pembelajaran lain, mahasiswa juga dapat diberi arahan aktivitas untuk membuat simulasi sendiri menggunakan aplikasi GeoGebra setelah mereka memperoleh solusi analitik. Hal ini sangat mungkin dilakukan oleh mahasiswa mengingat GeoGebra dapat digunakan dengan mudah tanpa harus memiliki kemampuan pemrograman (Solvang & Haglund, 2021). Menurut pengajaran konstruktivisme, pembelajaran yang terjadi melalui keterlibatan aktif peserta didik dalam konstruksi makna dan pengetahuan (Sugrah, 2019). Implementasi skenario pembelajaran menggunakan GeoGebra dalam fisika kuantum berpotensi membuat mahasiswa lebih aktif terlibat dalam proses pembelajaran sehingga proses belajar menjadi efektif. Simulasi dapat menjembatani antara pemodelan matematis dengan interpretasi fisis. Melalui visualisasi dalam simulasi, diharapkan mahasiswa dapat terbantu untuk mendapatkan konsep kunci dari fenomena kuantum yang membedakan dengan teori klasik.

Kesimpulan

Pada arikel ini telah dibahas mengenai pemanfaatan aplikasi GeoGebra dalam mata kuliah fisika kuantum. Simulasi sederhana telah disusun menggunakan GeoGebra untuk memviasulisasikan fungsi gelombang dan rapat probabilitas partikel dalam sumur potensial tak hingga. Aplikasi GeoGebra dipilih karena dapat digunakan dengan mudah tanpa koding yang rumit namun dapat menghasilkan simulasi yang cukup interaktif untuk membantu mahasiswa memahami interpretasi fisis dari persamaan fungsi gelombang dan probabilitas.

Ucapan Terimakasih

Penulis mengucapkan terimakasih kepada Universitas Katolik Widya Mandala Surabaya (UKWMS) yang telah memfasilitasi penelitian ini melalui hibah penelitian internal UKWMS.

References

Arjana, I. G., & Suastra, I. W. (2022). Pengembangan simulasi interaktif berbasis GeoGebra dalam mendukung pelaksanaan perkuliahan fisika mekanika dasar berbasis STEM. *Jurnal Pendidikan Dan Pembelajaran IPA Indonesia*, 12(3), 99-111.

Griffiths, D. J., & Schroeter, D. F. (2018). *Introduction to quantum mechanics*. Cambridge university press.

Gusmida, R., & Islami, N. (2017). The development of learning media for the kinetic theory of gases using the ADDIE model with augmented reality. *Journal of Educational Sciences*, 1(1), 1-10.

Hohenwarter, M., et al. (2022). GeoGebra Manual: A Dynamic Mathematics Software for Learning and Teaching. GeoGebra Institute.

Krane, K. S. (2019). *Modern physics*. John Wiley & Sons.

Langi, R. K., Tumalun, N. K., & Regar, V. E. (2024). Meta Analisis: Pengaruh Pembelajaran Berbantuan GeoGebra Terhadap Pemahaman Konsep Matematika. *Jurnal Riset dan Inovasi Pembelajaran*, 4(2), 858-868.

Lathifah, A. S., Hardaningtyas, K., Pratama, Z. A., & Moewardi, I. (2024). Penerapan Teori Belajar Konstruktivisme dalam Meningkatkan Keaktifan dan Hasil Belajar Siswa. *DIAJAR: Jurnal Pendidikan Dan Pembelajaran*, 3(1), 36-42.

Masgumelar, N. K., & Mustafa, P. S. (2021). Teori belajar konstruktivisme dan implikasinya dalam pendidikan dan pembelajaran. *GHAITSA: Islamic Education Journal*, 2(1), 49-57.

Mintzes, J. J. (2020). From constructivism to active learning in college science. Active learning in college science: The case for evidence-based practice, 3-12.

Perkins, K., et al. (2016). PhET Interactive Simulations: Transforming How Students Learn Physics. *Physics Education Research Conference Proceedings*, 123-126.

Pratidhina, E., & Sumardi, Y. (2019). Developing Computer Program as a Learning Resource on Gas Law Topics for High School Students. *International Journal of Instruction*, 12(2), 133-146.

Singh, C., & Marshman, E. (2015). Review of Student Difficulties in Upper-Level Quantum Mechanics. *Physical Review Physics Education Research*, 11(2), 020117.

Solvang, L., & Haglund, J. (2021). How can GeoGebra support physics education in upper-secondary school—a review. *Physics Education*, 56(5), 055011.

Sugrah, N. (2019). Implementasi teori belajar konstruktivisme dalam pembelajaran sains. *Humanika, Kajian Ilmiah Mata Kuliah Umum*, *19*(2), 121-138.

Taber, K. S. (2021). Understanding Quantum Mechanics: Challenges and Pedagogical Strategies. *Science Education Research*, 29(3), 341-355.

Wieman, C., & Adams, W. (2020). Developing Interactive Simulations for Physics Teaching. *Physics Today,* 73(5), 45-50.